

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.



17. državno tekmovanje v znanju
poslovne in finančne matematike ter
statistike za srednje šole
Vipava, 5. april 2019

Prilepите nalepko s šifro

1. skupina: **Poslovna matematika**

Naloge rešujite samostojno. Dovoljena je uporaba žepnega računalca.

Naloge so štiri, vsaka je vredna 7 točk.

Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če pri nalogah ni navedeno drugače.

N1	N2	N3	N4	Skupaj

Za reševanje imate na voljo 120 minut. Želimo vam veliko uspeha pri reševanju nalog.

1. NALOGA

V smučarskem središču so pripravili 3 smučarske proge, vsako dolžine 1,5 kilometra in debeline snega 50 centimetrov. Delo je 6 ur opravljalo 15 delavcev, pomagali so si s 3 stroji.

- a) Zaradi bližajočih se praznikov in 30 centimetrov na novo zapadlega snega so se odločili, da obstoječe proge podaljšajo za 40 % ter dodatno uredijo še dve smučarski progi nove dolžine in na delo pokličejo še 3 delavce, ki so delo opravljali 7 ur na dan. Koliko dodatnih strojev še potrebujejo?

4 točke

- b) V kolikšnem času bi uredili 4 proge dolžine 2 kilometra in debeline snega 70 cm, če bi zapadlo 15 % manj snega od napovedanega, delo pa bi opravljalo 12 delavcev; pomagali bi si s 7 stroji, ki so 20 % zmogljivejši?

3 točke

2. NALOGA

Štirje fantje so za sedem dni odšli na morje. Dogovorili so se, da bodo zbrali 1.000,00 EUR za kritje stroškov potovanja.

Ključ razdelitve je:

- A. 42 % znaša cena najema apartmaja,
- B. $\frac{1}{5}$ znaša vožnja s trajektom,
- C. $\frac{1}{10}$ je cena goriva,
- D. ostanek za sprotne stroške.

Koliko denarja še mora prispevati posamezni fant, če so se dogovorili, da četrti fant plača rezervacijo apartmaja 120,00 EUR, preostanek si ostali trije razdelijo na enake dele, ceno prevoza s trajektom delijo na enake dele, gorivo napolnita v avtomobil prvi in drugi fant vsak po 25,00 EUR, razliko si razdelita preostala fanta tako, da tretji, ki je lastnik avtomobila, plača 20,00 EUR manj od četrtega?

Dogovorili so se, da za sprotne stroške največ prispeva prvi fant (ker ima najvišjo štipendijo), ostali pa vsak naslednji za 10,00 EUR manj od prejšnjega.

7 točk

3. NALOGA

Bruto domači proizvod (BDP) neke države se je spreminjal takole:

letna rast BDP za leto 2015 je bila 1,5 %, za leto 2016 2,5 %, v letu 2017 se je BDP zmanjšal za 1,2 %, v letu 2018 pa se je zopet povečal za 972,29 EUR na prebivalca in je 31.dec. 2018 znašal 20.815,00 EUR na prebivalca.

- a) Izračunajte, koliko je znašal bruto domači proizvod na prebivalca (BDP/prebivalca) na dan 31. decembra 2014, 31. decembra 2016 in 31. decembra 2017.
Izračunajte tudi, kolikšna je bila letna rast BDP/preb. v letu 2018 v odstotkih.

4 točke

- b) Vlada te države napoveduje za leto 2019 še večjo rast BDP na prebivalca kot v letu 2018. Kolikšna bi morala biti letna odstotna rast BDP na prebivalca, da bi na dan 31. dec. 2019 ta znašal 22.000,00 EUR?
Kakšen bo BDP na prebivalca v letu 2021, če predvidevamo, da bo stopnja rasti v letih 2020 in 2021 enaka kot v letu 2019?

2 točki

- c) Za koliko odstotnih točk bo letna rast BDP/preb. v letu 2019 večja / manjša v primerjavi z rastjo BDP/preb. v letu 2018? Izračunajte in zapišite odgovor.

1 točka

4. NALOGA

- a) Začetna glavica 520,00 EUR je v 11 mesecih narasla na 542,64 EUR. Izračunajte letno in mesečno obrestno mero, če banka uporablja navadni obrestni račun.

2 točki

- b) Danes vložimo v banko 2.500,00 EUR, čez tri leta bomo vložili še 3.000,00 EUR, nato pa čez pet let dvignili 2.500,00 EUR. Kakšno bo stanje na našem računu na koncu 15. leta, če pri celoletni kapitalizaciji in obrestnem obrestovanju banka prvih pet let obrestuje po 2,55 % letno, nato štiri leta po 3,25 %, naprej pa po 4,25 %?

3 točke

- c) Po kakšni letni obrestni meri se je obrestovala glavica 1.500,00 EUR, če je pri obrestnem obrestovanju in letni kapitalizaciji v desetih letih dala sama sebi enake obresti?

2 točki

2. skupina: **Statistika**

Naloge rešujte samostojno. Dovoljena je uporaba žepnega računalca.

Naloge so štiri, vsaka je vredna 7 točk.

Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če pri nalogah ni navedeno drugače.

N1	N2	N3	N4	Skupaj

Za reševanje imate na voljo 120 minut. Želimo vam veliko uspeha pri reševanju nalog.

1. NALOGA

Tabela 1: **Dijaki Srednje šole Brihta po oddelkih in spolu 1. 9. 2018**

Letnik izobraževanja	Spol		Skupaj
	Moški	Ženske	
1.	24	32	
2.		29	50
3.			47
4.	19	27	46
Skupaj	83		199

Vir: Izmišljeni podatki

- a) V tabeli 1 smo po pomoti izbrisali nekaj podatkov. Dopolnite tabelo 1 tako, da izračunate manjkajoče vrednosti.

1 točka

- b) Izračunajte strukturo dijakov Srednje šole Brihta po spolu. (Strukturne odstotke zaokrožite na dve decimalni mesti natančno in jih vpišite v tabelo 2.)

2 točki

Tabela 2: **Struktura dijakov Srednje šole Brihta po spolu 1. 9. 2018**

Letnik izobraževanja	Spol		Skupaj
	Moški	Ženske	
1.			
2.			
3.	40,43		
4.			
Skupaj			

c) Razložite izračunana kazalca za 2. letnik v tabeli 2.

1 točka

d) S strukturnima krogoma grafično prikažite strukturo dijakov po spolu za 1. in 4. letnik Srednje šole Brihta. Upoštevajte, da je polmer kroga za 1. letnik enak 4 cm.

3 točke

2. NALOGA

Za podjetje ABC, d. o. o. poznamo podatke o številu zaposlenih in številu dni bolniških odsotnosti z dela.

Tabela 3: Zaposleni in število dni bolniških odsotnosti z dela v podjetju ABC, d. o. o.

Mesec	Število zaposlenih konec meseca	Število dni bolniških odsotnosti z dela
December 2018	67	-
Januar 2019	70	44
Februar 2019	73	29
Marec 2019	69	32

Vir: izmišljeni podatki

- a) Izračunajte povprečno mesečno število dni bolniške odsotnosti na 10 zaposlenih v tem podjetju za 1. četrletje leta 2019. *(Rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti natančno.)*

3 točke

- b) Koliko dni bolniške odsotnosti na 10 zaposlenih lahko v tem podjetju pričakujejo na letni ravni v letu 2019, če predvidevajo, da bo enaka kot v prvem trimesečju. *(Število dni bolniške odsotnosti zaokrožite na celo število.)*

1 točka

- c) V letu 2019 predvidevamo v zadnjem trimesečju upokojitev šestih zaposlenih (2 zaposlena se bosta upokojila v mesecu oktobru, 4 zaposleni pa v mesecu decembru). Izračunajte povprečno mesečno število dni bolniške odsotnosti za leto 2019, če se povprečno mesečno število dni bolniške odsotnosti na zaposlenega do konca leta ne bo spremenilo, razen upokojitev. (*Število dni bolniške odsotnosti zaokrožite na celo število.*)

2 točki

- d) V mesecu marcu 2019 je bil vsak 34. zaposleni udeležen v nesreči pri delu. Koliko nesreč pri delu se je zgodilo v tem podjetju v mesecu marcu 2019? (*Število nesreč pri delu zaokrožite na celo število.*)

1 točka

3. NALOGA

Na Statističnem uradu Republike Slovenije smo pridobili podatke o hitrorastočih podjetjih in številu zaposlenih v teh podjetjih za obdobje od leta 2011 do 2016.

Tabela 4: **Število hitrorastočih podjetij in število zaposlenih v hitrorastočih podjetjih v Sloveniji v letih od 2011 do 2016**

Leto	Število hitrorastočih podjetij	Število zaposlenih	V _j za število zaposlenih	b)
2011	4		-	
2012	8		149,8	
2013	8		156,0	
2014	4	333	67,5	
2015	10		173,6	
2016	10		158,6	

Vir: Statistični urad RS

- a) Izračunajte število zaposlenih po posameznih letih, če je bilo leta 2014 v hitrorastočih podjetjih zaposlenih 333 ljudi. (*Število zaposlenih zaokrožite na celo število.*)

2 točki

- b) Izračunajte spremembe v številu hitrorastočih podjetij glede na leto 2013. Rezultate vpišite v prazni stolpec tabele 4.

2 točki

c) Razložite izračunana kazalca pod točko b za leti 2011 in 2016.

1 točka

d) Koliko hitrorastočih podjetij je bilo v letu 2017, če se je število le-teh v primerjavi s prejšnjim letom zmanjšalo za 11,3 %? (*Število hitrorastočih podjetij zaokrožite na celo število.*)

1 točka

e) Koliko hitrorastočih podjetij lahko predvidevamo leta 2020, če se bo njihovo število od leta 2016 do 2020 letno povečevalo za 2 %? (*Število hitrorastočih podjetij zaokrožite na celo število.*)

1 točka

4. NALOGA

Revija Manager vsako leto sestavi lestvico najbogatejših Slovencev. Podatki o najbogatejših Slovencih in njihovem premoženju so prikazani v tabeli 5.

Tabela 5: **Najbogatejši Slovenci po ocenjeni vrednosti premoženja v letu 2018**

Mesto na lestvici najbogatejših	Ime in priimek	Ocenjena vrednost premoženja zaokrožena na milijon EUR
1.	Iza in Samo Login	več kot 200
2.	Sandi Češko	
3.	Marko Pistotnik	
4.	Joc Pečečnik	194
5.	Tatjana in Albin Doberšek	183
6.	Lah, družina	152
7.	Igor Akrapovič	129
8.	Damian Merlak	124
9.	Gabriel in Petra Rejc	118
10.	Bogomir Strašek	105

- a) Koliko znaša mediana ocenjenega premoženja desetih najbogatejših Slovencev? Rezultat razložite. (Rezultat zaokrožite na dve decimalni mesti natančno.)

2 točki

- b) Za podatke o ocenjeni vrednosti premoženja najbogatejših Slovencev v tabeli 5 sestavite frekvenčno porazdelitev, ki bo vsebovala 4 razrede. Spodnja meja prvega razreda bo 101 milijon evrov, širine prvih treh razredov pa naj bodo 30.

2 točki

Tabela 6: **Frekvenčna porazdelitev ocenjene vrednosti premoženja najbogatejših Slovencev v letu 2018**

- c) Skupno premoženje 100 najbogatejših Slovencev je v letu 2018 doseglo 5,7 milijarde evrov. Delež treh najbogatejših Slovencev je znašal 21,63 %. Koliko je znašala povprečna ocenjena vrednost premoženja desetih najbogatejših Slovencev?

2 točki

- d) Ali katere izmed srednjih vrednosti ne moremo določiti iz danih podatkov? Odgovor utemeljite.

1 točka

3. SKUPINA

N1	N2	N3	N4

Naloge rešuj samostojno. Uporaba zapiskov in literature ni dovoljena.

Dovoljena je uporaba žepnega računalca. Naloge so štiri, vsaka je vredna 20 točk.

Za reševanje imaš na voljo 120 minut. Veliko uspeha!

1. V tabelah sta predstavljeni sestavi delniških indeksov Alfa in Beta na dan 31. 12. 2018. Indeks Alfa sestavlja šest delnic, indeks Beta pa tri delnice različnih podjetij.

Tržna kapitalizacija podjetja je produkt števila njegovih delnic na trgu in trenutne cene delnice. *Vrednost delniškega indeksa* je tehtano povprečje cen delnic glede na deleže tržnih kapitalizacij posameznih podjetij v skupni tržni kapitalizaciji podjetij, katerih delnice sestavljajo indeks.

Indeks Alfa

Podjetje	Cena delnice	Število delnic	Tržna kapitalizacija	Delež v skupni tržni kapitalizaciji
Ananas	9,63 €			34,24 %
Banana	13,42 €		36 234 €	
Citrus		3950		
Datelj	11,90 €		35 343 €	19,04 %
Figa			11 583 €	
Grenivka				8,32 %

Indeks Beta

Podjetje	Cena delnice	Število delnic	Tržna kapitalizacija	Delež v skupni tržni kapitalizaciji
Hruška	5,10 €	1800	9180 €	31,25 %
Jagoda		510		
Kivi	0,90 €	4080	3672 €	

V nalogi število delnic zaokroži na celo število, ostale vrednosti pa na dve decimalni mesti.

- a) Dopolni tabelo za **indeks Beta** in izračunaj njegovo vrednost na dan 31. 12. 2018. [4 točke]

b) Najvišji dovoljen delež posameznega podjetja v skupni tržni kapitalizaciji indeksa Alfa je 40 %. Za koliko odstotkov bi lahko zrasla cena tiste delnice v indeksu Alfa, ki je temu deležu trenutno najbližje, da bi dosegla najvišji dovoljeni delež? Pri tem predpostavi, da bi cene ostalih delnic ostale nespremenjene. [7 točk]

c) Koliko delnic imata na trgu podjetji Figa in Grenivka, če vemo da je cena delnice podjetja Figa za 39 € višja od cene delnice podjetja Grenivka, hkrati pa ima podjetje Grenivka na trgu dvakrat toliko delnic kot podjetje Figa? [5 točk]

d) Podjetje Hruška se umakne z borze z vsemi svojimi delnicami. Kolikšna bo nova vrednost indeksa Beta, če ceni in števili delnic ostalih podjetij ostanejo nespremenjene? [4 točke]

2. Za nakup novega stanovanja pri banki najamemo stanovanjski kredit v višini 60 000 €. Kredit bomo povrnili v 10 letih v enakih mesečnih obrokih. Prvi obrok bo plačan en mesec, zadnji pa 10 let po najemu kredita. Banka uporablja konformno mesečno obrestovanje in 4 % letno obrestno mero.

a) Kolikšna je višina posameznega obroka?

[8 točk]

b) Koliko dolgujemo banki eno leto po najemu kredita, takoj po plačilu 12. obroka? [4 točke]

c) Kdaj prvič banki dolgujemo manj kot polovico začetnega dolga?

[8 točk]

3. Na trgu obstajajo tri obveznice, vse imajo nominalno vrednost 100 €. Ena obveznica je brezkuponska, dve pa sta kuponski in sta pravkar izplačali letne kupone. Brezkuponska obveznica ima dospelje čez eno leto in donosnost do dospelja 1,75 %. Druga obveznica ima dospelje čez dve leti, izplačuje kupone po 5 % kuponski obrestni meri in ima donosnost do dospelja 2,69 %. Tretja obveznica ima dospelje čez tri leta, izplačuje kupone po 10 % kuponski obrestni meri in ima donosnost do dospelja 3,15 %.

Donosnost do dospelja obveznice je konstantna efektivna obrestna mera, pri kateri je sedanja vrednost prihodnjih denarnih tokov obveznice enaka trenutni ceni obveznice.

- a) Določi trenutne cene obveznic. Rezultate v evrih zaokroži na dve decimalni mesti.

[5 točk]

b) Vlagateljica želi na obvezniškem trgu vložiti 80 000 €. Polovico zneska vloži v brezku-
ponske obveznice, polovico pa v kuponske obveznice z dospeljem čez 2 leti. Določi
njen portfelj in izplačili, ki ju vlagateljica prejme čez eno in dve leti. Število posameznih
obveznic zaokroži na celo število, izplačili v evrih pa na dve decimalni mesti. [4 točke]

c) Določi donosnost do dospelja vlagateljčinega portfelja obveznic. Rezultat v odstotkih
zaokroži na dve decimalni mesti. [5 točk]

d) Vlagatelj želi vložiti 164 000 € v vse tri obveznice tako, da bo čez eno, dve in tri leta prejel enak znesek. Določi portfelj obveznic in prejeti znesek. Število posameznih obveznic zaokroži na celo število, znesek v evrih pa na dve decimalni mesti. [6 točk]

4. Delnica podjetja Banana je danes vredna 13,42 €. Vemo, da bo podjetje čez šest mesecev izplačalo dividendo v višini 0,55 € na delnico. Netvegana efektivna obrestna mera pri zveznem obrestovanju znaša 2,50 % za vsa dospetja.

Finančno podjetje želi izdati evropsko nakupno in evropsko prodajno opcijo na delnico podjetja Banana z zapadlostjo čez 9 mesecev in izvršilno ceno 14,50 €.

a) Kakšnim pogojem mora ustrezati premija evropske prodajne opcije? [6 točk]

b) Kakšnim pogojem mora ustrezati premija evropske nakupne opcije? [4 točke]

c) Takoj po izdaji se je na trgu za prodajno opcijo izoblikovala premija 1,75 €. Koliko bi morala znašati premija nakupne opcije, da na trgu ne bi bilo arbitražne priložnosti?
[3 točke]

d) Takoj po izdaji opcij sta se na trgu oblikovali ceni 1,75 € za prodajno opcijo in 0,25 € za nakupno opcijo, zato je možna arbitraža. Poišči arbitražno strategijo, ki jo lahko izvede finančno podjetje, ki lahko kupi, izda ali kratko proda katerikoli finančni instrument.
Kratka prodaja pomeni, da (začasno) prodamo delnico, ki je v resnici sami nimamo, temveč smo si jo sposodili. Če delnica v času kratke prodaje izplača dividendo, prvotnemu lastniku delnice dividendo izplačamo mi.
[7 točk]

Stran s formulami

Terminski posli

- na delnico, ki ne izplačuje dividend

$$F_t = S_t(1 + R)^{T-t}, \quad K = F_0$$
$$V_t = S_t - K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- na delnico, ki izplačuje dividende

$$F_t = (S_t - I(t, T))(1 + R)^{T-t}, \quad K = F_0$$
$$V_t = (F_t - K)(1 + R)^{-(T-t)}$$

- valutni terminski posel

$$F_t = S_t \frac{(1 + R_d)^{T-t}}{(1 + R_f)^{T-t}}, \quad K = F_0$$
$$V_t = N(S_t(1 + R_f)^{-(T-t)} - K(1 + R_d)^{-(T-t)})$$

- dogovor o terminski obrestni meri

$$R(t, S, T) = \frac{1}{T - S} \left(\frac{1 + R(0, T) \cdot (T - t)}{1 + R(0, S) \cdot (S - t)} - 1 \right), \quad K = R(0, S, T)$$
$$V_t = \frac{N \cdot (R(t, S, T) - K) \cdot (T - S)}{1 + R(t, T) \cdot (T - t)}$$

Opcije

- izplačilo ob zapadlosti

$$C_T = \max\{S_T - K, 0\}$$
$$P_T = \max\{K - S_T, 0\}$$

- premija v času t , če delnica ne izplačuje dividend

$$\max\{S_t - K(1 + R)^{-(T-t)}, 0\} \leq c_t \leq S_t$$
$$\max\{K(1 + R)^{-(T-t)} - S_t, 0\} \leq p_t \leq K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- pariteta evropskih opcij, če delnica ne izplačuje dividend

$$p_t + S_t = c_t + K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- premija v času t , če delnica izplačuje dividende

$$\max\{S_t - K(1 + R)^{-(T-t)} - I(t, T), 0\} \leq c_t \leq S_t - I(t, T)$$
$$\max\{K(1 + R)^{-(T-t)} - S_t + I(t, T), 0\} \leq p_t \leq K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- pariteta evropskih opcij, če delnica izplačuje dividende

$$p_t + S_t - I(t, T) = c_t + K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- evropske in ameriške opcije

$$c_t^E \leq c_t^A, \quad p_t^E \leq p_t^A$$

1. skupina: Poslovna matematika – Rešitve

Naloge rešujete samostojno. Dovoljena je uporaba žepnega računalca.

Naloge so štiri, vsaka je vredna 7 točk.

Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če pri nalogah ni navedeno drugače.

N1	N2	N3	N4	Skupaj

Za reševanje imate na voljo 120 minut. Želimo vam veliko uspeha pri reševanju nalog.

1. NALOGA

V smučarskem središču so pripravili 3 smučarske proge, vsako dolžine 1,5 kilometra in debeline snega 50 centimetrov. Delo je 6 ur opravljalo 15 delavcev, pomagali so si s 3 stroji.

- a) Zaradi bližajočih se praznikov in 30 centimetrov na novo zapadlega snega so se odločili, da obstoječe proge podaljšajo za 40 % ter dodatno uredijo še dve smučarski progji nove dolžine in na delo pokličejo še 3 delavce, ki so delo opravljali 7 ur na dan. Koliko dodatnih strojev še potrebujejo?

4 točke

Izračun dolžine proge = $1,5 \cdot 1,40 = \underline{2,1 \text{ km}}$

3 proge	1,5 km (d)	50 cm (debeline)	6 ur	15 delavcev	3 stroji
↑	↑	↑	↓	↓	↑
5 prog	2,1 km (d)	80 cm (debeline)	7 ur	18 delavcev	x strojev

$$X = \frac{3 \times 5 \times 2,1 \times 80 \times 6 \times 15}{3 \times 1,5 \times 50 \times 7 \times 18} = \underline{8 \text{ strojev}}$$

Odg.: Potrebujejo še 5 strojev.

1 točka – zapis podatkov (sklepna shema, sorazmerje ...)

1 točka – določitev vrste sorazmerij

1 točka – izračun vrednosti neznanke

1 točka – zapis odgovora

- b) V kolikšnem času bi uredili 4 proge dolžine 2 kilometra in debeline snega 70 cm, če bi zapadlo 15 % manj snega od napovedanega, delo pa bi opravljalo 12 delavcev; pomagali bi si s 7 stroji, ki so 20 % zmogljivejši?

3 točke

3 proge	1,5 km (d)	50 cm (debelina)	6 ur	15 delavcev	3 stroji	100 % (q snega)	100 % (zmogljivost)
↑	↑	↑	↑	↓	↓	↑	↓
4 proge	2 km (d)	70 cm	x ur	12 delavcev	7 strojev	85 %	120 %

$$X = \frac{6 \times 4 \times 2 \times 70 \times 15 \times 3 \times 85 \times 100}{3 \times 1,5 \times 50 \times 12 \times 7 \times 100 \times 120} = \underline{\underline{5,67 \text{ ure}}}$$

- 1 točka – zapis podatkov (sklepna shema, sorazmerje ...)
- 1 točka – določitev vrste sorazmerij
- 1 točka – izračun vrednosti neznanke

2. NALOGA

Štirje fantje so za sedem dni odšli na morje. Dogovorili so se, da bodo zbrali 1.000,00 EUR za kritje stroškov potovanja.

Ključ razdelitve je:

- A. 42 % znaša cena najema apartmaja,
- B. $1/5$ znaša vožnja s trajektom,
- C. $1/10$ je cena goriva,
- D. ostanek za sprotne stroške.

Koliko denarja še mora prispevati posamezni fant, če so se dogovorili, da četrti fant plača rezervacijo apartmaja 120,00 EUR, preostanek si ostali trije razdelijo na enake dele, ceno prevoza s trajektom delijo na enake dele, gorivo napolnita v avtomobil prvi in drugi fant vsak po 25,00 EUR, razliko si razdelita preostala fanta tako, da tretji, ki je lastnik avtomobila, plača 20,00 EUR manj od četrtega?

Dogovorili so se, da za sprotne stroške največ prispeva prvi fant (ker ima najvišjo štipendijo), ostali pa vsak naslednji za 10,00 EUR manj od prejšnjega.

7 točk

A	$1000,00 \cdot 0,42$	420,00 EUR	(cena apartmaja)
B	$1/5$ od 1000,00	200,00 EUR	(vožnja s trajektom)
C	$1/10$ od 1000,00	100,00 EUR	(gorivo)
D	ostanek	$1000 - 420 - 200 - 100 = 280,00$ EUR	(sprotni stroški)

1 točka – izračun deležev

	Cena apartmaja		Stroški trajekta		Cena goriva		Sprotni stroški		
Fantje	A		B		C		D		Skupaj
1	x	100,00EUR	50,00EUR		25,00 EUR	x	85,00 EUR	260,00 EUR	
2	x	100,00 EUR	50,00EUR		25,00 EUR	x - 10	75,00 EUR	250,00 EUR	
3	x	100,00 EUR	50,00EUR	x - 20	15,00 EUR	x - 20	65,00 EUR	230,00 EUR	
4		120,00 EUR	50,00EUR	x	35,00 EUR	x - 30	55,00 EUR	260,00 EUR	
	$420 - 120 = 300$ $3x = 300$ <u>x = 100</u>		$4x = 200$ <u>x = 50</u>		$100 - 50 = 50$ $2x - 20 = 50$ <u>x = 35</u>		$4x - 60 = 280$ $x = 340 / 4$ <u>x = 85</u>		
	1 T		1 T		1 T		1 T		1 T

1 točka – izračun delitve stroškov za najem apartmaja ali k točki A

1 točka – izračun delitve stroškov vožnje s trajektom ali k točki B

1 točka – izračun delitve stroškov za kritje stroškov goriva ali k točki C

1 točka – izračun delitve stroškov za kritje sprotnih stroškov ali k točki D

1 točka – izračun skupnih stroškov posameznega fanta

Odg.: Prvi fant prispeva še: $260,00 - 25,00 = \underline{\underline{235,00 \text{ EUR}}}$

Drugi fant prispeva še: $250,00 - 25,00 = \underline{\underline{225,00 \text{ EUR}}}$

Tretji fant prispeva še: $230,00 - 0,00 = \underline{\underline{230,00 \text{ EUR}}}$

Četrti fant prispeva še: $140,00 - 0,00 = \underline{\underline{140,00 \text{ EUR}}}$

1 točka – izračun skupnih stroškov po odbitku prispevkov posameznih fantov ali zapis odgovora

3. NALOGA

Bruto domači proizvod (BDP) neke države se je spreminjal takole:

letna rast BDP za leto 2015 je bila 1,5 %, za leto 2016 2,5 %, v letu 2017 se je BDP zmanjšal za 1,2 %, v letu 2018 pa se je zopet povečal za 972,29 EUR na prebivalca in je 31.dec. 2018 znašal 20.815,00 EUR na prebivalca.

- a) Izračunajte, koliko je znašal bruto domači proizvod na prebivalca (BDP/prebivalca) na dan 31. decembra 2014, 31. decembra 2016 in 31. decembra 2017.
Izračunajte tudi, kolikšna je bila letna rast BDP/preb. v letu 2018 v odstotkih.

4 točke

- 31. dec. 2014	(19.842,71 : 0,988 : 1,025 : 1,015)	$C_{(31.12.2014)} = ?$	$C_{(2014)} = \mathbf{19.304,30}$
- 31. dec. 2015	p = 1,5 % ; faktor = 1,015		
- 31. dec. 2016	p = 2,5 % ; faktor = 1,025	$C_{(31.12.2016)} = ?$	$C_{(2016)} = \mathbf{20.083,71}$
- 31. dec. 2017	p = 1,2 % ; faktor = 0,988		
Izračun: 2017	(20.815,00 : 1,049 ali 20.815,00 – 972,29)		$C_{(2017)} = \mathbf{19.842,71}$
- 31. dec. 2018	p = ? % p = 4,90 %		+ 972,29
- 31. dec. 2018			$C_{(2018)} = \mathbf{20.815,00}$

$$\begin{array}{l} 19.842,71 \text{ EUR} \dots\dots\dots 100 \% \\ \underline{972,31 \text{ EUR} \dots\dots\dots x \%} \end{array}$$

$$x = \frac{100 \cdot 972,31}{19842,71} = \mathbf{4,90 \%}$$

3 točke – izračun BDP na prebivalca na dan 31.12. v letih 2014, 2016 ter 2017
1 točka – letna rast BDP na preb. v % za leto 2018

- b) Vlada te države napoveduje za leto 2019 še večjo rast BDP na prebivalca kot v letu 2018. Kolikšna bi morala biti letna odstotna rast BDP na prebivalca, da bi na dan 31. dec. 2019 ta znašal 22.000,00 EUR?
Kakšen bo BDP na prebivalca v letu 2021, če predvidevamo, da bo stopnja rasti v letih 2020 in 2021 enaka kot v letu 2019?

2 točki

$$\begin{array}{l} 20.815,00 \text{ EUR} \dots\dots\dots 100 \% \\ \underline{1.185,00 \text{ EUR} \dots\dots\dots x \%} \end{array}$$

$$x = \frac{100 \cdot 1185}{20815} = \mathbf{5,69 \%}$$

$$\mathbf{BDP/preb.}_{(2021)} = 22.000,00 \times 1,0569^2 = \mathbf{24.574,83 \text{ EUR}}$$

1 točka – izračun letne rasti BDP/preb. v odstotkih
1 točka – izračun BDP/preb. v letu 2021

- c) Za koliko odstotnih točk bo letna rast BDP/preb. v letu 2019 večja / manjša v primerjavi z rastjo BDP/preb. v letu 2018? Izračunajte in zapišite odgovor.

1 točka

Stopnja rasti $_{(2019)} = 5,69 \%$

Stopnja rasti $_{(2018)} = -4,90 \%$

0,79 odstotne točke

Odg.: Planirana letna rast BDP/preb. v letu 2019 bo večja za 0,79 odstotne točke v primerjavi z rastjo BDP/preb. v letu 2018.

1 točka – izračun odstotnih točk in pravilno zapisan odgovor

4. NALOGA

- a) Začetna glavnic 520,00 EUR je v 11 mesecih narasla na 542,64 EUR. Izračunajte letno in mesečno obrestno mero, če banka uporablja navadni obrestni račun.

2 točki

$$G = 520,00 \text{ EUR}$$

$$m = 11$$

$$G^+ = 542,64 \text{ EUR}$$

$$o = G^+ - G = 542,64 - 520,00 = 22,64 \text{ EUR}$$

$$p = x \%$$

$$p' = x \%$$

$$o = \frac{G \times p \times m}{1200}$$

$$p = \frac{1200 \times o}{G \times m} = \frac{1200 \times 22,64}{520 \times 11} = 4,75 \%$$

$$p' = \frac{p}{12} = \frac{4,75}{12} = 0,40 \%$$

1 točka – izračun letne obrestne mere

1 točka – izračun mesečne obrestne mere

- b) Danes vložimo v banko 2.500,00 EUR, čez tri leta bomo vložili še 3.000,00 EUR, nato pa čez pet let dvignili 2.500,00 EUR. Kakšno bo stanje na našem računu na koncu 15. leta, če pri celoletni kapitalizaciji in obrestnem obrestovanju banka prvih pet let obrestuje po 2,55 % letno, nato štiri leta po 3,25 %, naprej pa po 4,25 %?

3 točke

$$G_0 = 2500,00 \text{ EUR}$$

$$p_1 = 2,55 \% \quad r_1 = 1,0255$$

$$p_2 = 3,25 \% \quad r_2 = 1,0325$$

$$p_3 = 4,25 \% \quad r_3 = 1,0325$$

$$m = 1$$

$$G_n = ((2500,00 \times r_1^3 + 3000,00) \times r_1^2 \times r_2^3 - 2500,00) \times r_2 \times r_3^6$$

$$G_n = ((2500,00 \times 1,0255^3 + 3000,00) \times 1,0255^2 \times 1,0325^3 - 2500,00) \times 1,0325 \times 1,0425^6$$

$$G_n = \underline{\underline{5.425,69 \text{ EUR}}}$$

ODG.: Ob koncu 15. leta bomo imeli 5.425,69 EUR.

1 točka – izračun obrestovalnih faktorjev

1 točka – nastavitev enačbe

1 točka – izračun končne glavnice

- c) Po kakšni letni obrestni meri se je obrestovala glavnica 1.500,00 EUR, če je pri obrestnem obrestovanju in letni kapitalizaciji v desetih letih dala sama sebi enake obresti?

2 točki

$$G_0 = 1500,00 \text{ EUR}$$

$$G_n = 3000,00 \text{ EUR}$$

$$m = 1$$

$$n = 10 \text{ let}$$

$$p = x \%$$

$$G_n = G_0 \times r^n$$

$$r^n = \frac{G_n}{G_0}$$

$$r = \sqrt[n]{G_n/G_0} = \sqrt[10]{3000/1500} = 1,071773463 \dots \dots$$

$$p = (r - 1) \times 100$$

$$p = (1,071773463 - 1) \times 100 = \underline{\underline{7,18 \%}}$$

1 točka – izračun obrestovalnega faktorja

1 točka – izračun letne obrestne mere

2. skupina: Statistika – Rešitve

Naloge rešujite samostojno. Dovoljena je uporaba žepnega računalna.

Naloge so štiri, vsaka je vredna 7 točk.

Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če pri nalogah ni navedeno drugače.

N1	N2	N3	N4	Skupaj

Za reševanje imate na voljo 120 minut. Želimo vam veliko uspeha pri reševanju nalog.**1. NALOGA**Tabela 1: **Dijaki Srednje šole Brihta po oddelkih in spolu 1. 9. 2018**

Letnik izobraževanja	Spol		Skupaj
	Moški	Ženske	
1.	24	32	56
2.	21	29	50
3.	19	28	47
4.	19	27	46
Skupaj	83	116	199

Vir: Izmišljeni podatki

- a) V tabeli 1 smo po pomoti izbrisali nekaj podatkov. Dopolnite tabelo 1 tako, da izračunate manjkajoče vrednosti.

1 točka

1 točka – vsi pravilno izračunani podatki za manjkajoče število dijakov

- b) Izračunajte strukturo dijakov Srednje šole Brihta po spolu. (Strukturne odstotke zaokrožite na dve decimalni mesti natančno in jih vpišite v tabelo 2.)

2 točkiTabela 2: **Struktura dijakov Srednje šole Brihta po spolu 1. 9. 2018**

Letnik izobraževanja	Spol		Skupaj
	Moški	Ženske	
1.	42,86	57,14	100,00
2.	42,00	58,00	100,00
3.	40,43	59,57	100,00
4.	41,30	58,70	100,00
Skupaj	41,71	58,29	100,00

2 točki – vsi pravilno izračunani odstotki
1 točka – v primeru 1 napake

- c) Razložite izračunana kazalca za 2. letnik v tabeli 2.

1 točka

Od vseh dijakov 2. letnika Srednje šole Brihta je bilo 42 odstotkov fantov in 58 odstotkov deklet.

- d) S strukturnima krogoma grafično prikažite strukturo dijakov po spolu za 1. in 4. letnik Srednje šole Brihta. Upoštevajte, da je polmer kroga za 1. letnik enak 4 cm.

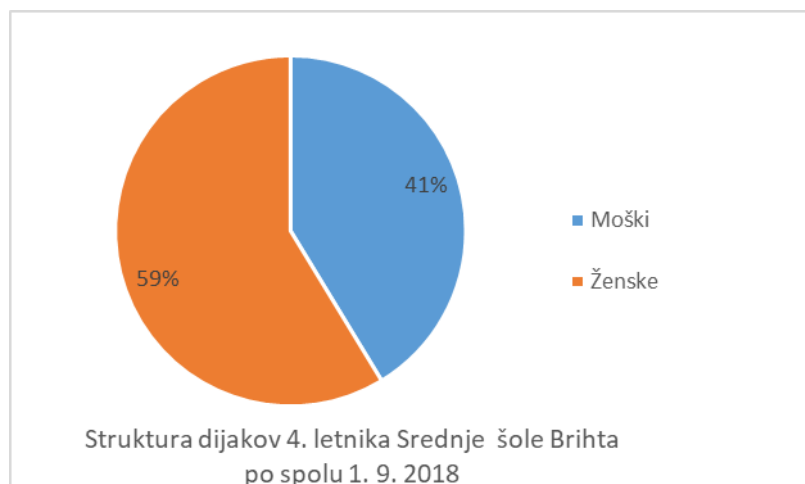
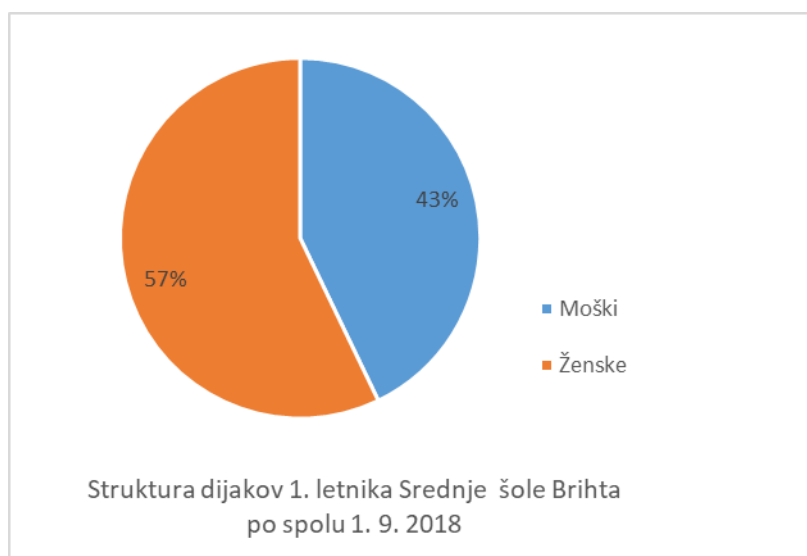
3 točke

Izračun polmera kroga za 4. letnik:

$$r_{4.\text{letnik}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{46}{56}} = 3,6 \text{ cm}$$

Izračunane ločne stopinje za 1. in 4. letnik:

Letnik izobraževanja	Spol		Skupaj
	Moški	Ženske	
1.	154	206	360
4.	149	211	360



- 1 točka – pravilno izračunan polmer za 4. letnik
- 1 točka – pravilno prikazan krog za 1. letnik
- 1 točka – pravilno prikazan krog za 4. letnik

2. NALOGA

Za podjetje ABC, d. o. o. poznamo podatke o številu zaposlenih in številu dni bolniških odsotnosti z dela.

Tabela 3: Zaposleni in število dni bolniških odsotnosti z dela v podjetju ABC, d. o. o.

Mesec	Število zaposlenih konec meseca	Število dni bolniških odsotnosti z dela
December 2018	67	-
Januar 2019	70	44
Februar 2019	73	29
Marec 2019	69	32

Vir: izmišljeni podatki

- a) Izračunajte povprečno mesečno število dni bolniške odsotnosti na 10 zaposlenih v tem podjetju za 1. četrletje leta 2019. (Rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti natančno.)

3 točke

$$\bar{K} = \frac{\text{povprečno število dni bolniške odsotnosti}}{\text{povprečno število zaposlenih}} \cdot 10 = \frac{35}{70,33} =$$

4,98 dneva mesečne bolniške odsotnosti na 10 zaposlenih

$$\bar{y} = \frac{44 + 29 + 32}{3} = 35 \text{ dni}$$

$$\bar{x} = \frac{\frac{67}{2} + 70 + 73 + \frac{69}{2}}{3} = 70,33 \text{ zaposlenega}$$

1 točka – pravilno izračunan \bar{y}

1 točka – pravilno izračunan \bar{x}

1 točka – pravilno izračunan K

- b) Koliko dni bolniške odsotnosti na 10 zaposlenih lahko v tem podjetju pričakujejo na letni ravni v letu 2019, če predvidevajo, da bo enaka kot v prvem trimesečju. (Število dni bolniške odsotnosti zaokrožite na celo število.)

1 točka

$$K = (4,98 \cdot 3) \cdot 4 = 60 \text{ dni letne bolniške odsotnosti na 10 zaposlenih}$$

1 točka – pravilno izračunan K

- c) V letu 2019 predvidevamo v zadnjem trimesečju upokojitev šestih zaposlenih (2 zaposlena se bosta upokojila v mesecu oktobru, 4 zaposleni pa v mesecu decembru). Izračunajte povprečno mesečno število dni bolniške odsotnosti za leto 2019, če se povprečno mesečno število dni bolniške odsotnosti na zaposlenega do konca leta ne bo spremenilo, razen upokojitev. (*Število dni bolniške odsotnosti zaokrožite na celo število.*)

2 točki

$$\bar{x} = \frac{\frac{67}{2} + 70 + 73 + 69 + 69 + 69 + 69 + 69 + 69 + 69 + 67 + 67 + \frac{63}{2}}{12} = 68,75 \text{ zaposlenega}$$

Izračun povprečnega mesečnega števila dni bolniške odsotnosti za leto 2019:

$$\frac{\text{povprečno št. dni bolniške odsotnosti} = K \cdot \text{povprečno št. zaposlenih} = (4,98 \cdot 68,75)}{10} = 34 \text{ dni}$$

Komentar: **V povprečju so v tem podjetju delavci mesečno izostali z dela zaradi bolniške odsotnosti 34 dni.**

1 točka – pravilno izračunano povprečno število zaposlenih za leto 2019

1 točka – pravilno izračunano število dni bolniške odsotnosti z dela

- d) V mesecu marcu 2019 je bil vsak 34. zaposleni udeležen v nesreči pri delu. Koliko nesreč pri delu se je zgodilo v tem podjetju v mesecu marcu 2019? (*Število nesreč pri delu zaokrožite na celo število.*)

1 točka

$$34 = \text{št. delavcev} / \text{št. nesreč pri delu}$$

$$34 = 69 / x$$

$$\text{Št. nesreč pri delu} = 69 / 34 = 2,03 = 2 \text{ nesreči pri delu}$$

Komentar: **Marca sta se v tem podjetju zgodili dve nesreči pri delu.**

1 točka – pravilno izračunano število nesreč pri delu

3. NALOGA

Na Statističnem uradu Republike Slovenije smo pridobili podatke o hitrorastočih podjetjih in številu zaposlenih v teh podjetjih za obdobje od leta 2011 do 2016.

Tabela 4: **Število hitrorastočih podjetij in število zaposlenih v hitrorastočih podjetjih v Sloveniji v letih od 2011 do 2016**

Leto	Število hitrorastočih podjetij	Število zaposlenih	V _j za število zaposlenih	I _{j/2013}
2011	4	211	-	42,8
2012	8	316	149,8	64,1
2013	8	493	156,0	100,0
2014	4	333	67,5	67,5
2015	10	578	173,6	117,2
2016	10	917	158,6	186,0

Vir: Statistični urad RS

- a) Izračunajte število zaposlenih po posameznih letih, če je bilo leta 2014 v hitrorastočih podjetjih zaposlenih 333 ljudi. (*Število zaposlenih zaokrožite na celo število.*)

2 točki

2 točki – pravilno izračunano število zaposlenih za vsa leta

1 točka – v primeru 1 napake

- b) Izračunajte spremembe v številu hitrorastočih podjetij glede na leto 2013. Rezultate vpišite v prazen stolpec tabele 4.

2 točki

2 točki – vsi pravilno izračunani indeksi s stalno osnovo

1 točka – v primeru 1 napake

- c) Razložite izračunana kazalca pod točko b za leti 2011 in 2016.

1 točka

$$D_{2011} \% = 42,8 - 100 = -57,2 \%$$

$$D_{2016} \% = 186,0 - 100 = 86,0 \%$$

Komentar za leto 2011: **V letu 2011 je bilo 57,2 % manj hitrorastočih podjetij v primerjavi z letom 2013.**

Komentar za leto 2016: **V letu 2016 se je v primerjavi z letom 2013 število hitrorastočih podjetij povečalo za 86 %.**

1 točka – za oba pravilno razložena kazalca

- d) Koliko hitrorastočih podjetij je bilo v letu 2017, če se je število le-teh v primerjavi s prejšnjim letom zmanjšalo za 11,3 %? (*Število hitrorastočih podjetij zaokrožite na celo število.*)

1 točka

$$K_{2017} = \frac{-11,3 + 100}{100} = 0,887$$

$$\text{Število podjetij}_{2017} = 10 \cdot 0,887 = 8,87 \text{ oz. } 9 \text{ podjetij}$$

1 točka – pravilno izračunano število hitrorastočih podjetij

- e) Koliko hitrorastočih podjetij lahko predvidevamo leta 2020, če se bo njihovo število od leta 2016 do 2020 letno povečevalo za 2 %? (*Število hitrorastočih podjetij zaokrožite na celo število.*)

1 točka

$$\bar{K} = \frac{2 + 100}{100} = 1,020$$

$$\text{Št. podjetij}_{2020} = 10 \cdot 1,020^4 = 11 \text{ podjetij}$$

1 točka – pravilno izračunano število hitrorastočih podjetij

4. NALOGA

Revija Manager vsako leto sestavi lestvico najbogatejših Slovencev. Podatki o najbogatejših Slovencih in njihovem premoženju so prikazani v tabeli 5.

Tabela 5 **Najbogatejši Slovenci po ocenjeni vrednosti premoženja v letu 2018**

Mesto na lestvici najbogatejših	Ime in priimek	Ocenjena vrednost premoženja zaokrožena na milijon EUR
1.	Iza in Samo Login	več kot 200
2.	Sandi Češko	
3.	Marko Pistotnik	
4.	Joc Pečečnik	194
5.	Tatjana in Albin Doberšek	183
6.	Lah, družina	152
7.	Igor Akrapovič	129
8.	Damian Merlak	124
9.	Gabriel in Petra Rejc	118
10.	Bogomir Strašek	105

- a) Koliko znaša mediana ocenjenega premoženja desetih najbogatejših Slovencev? Rezultat razložite. (Rezultat zaokrožite na dve decimalni mesti natančno.)

2 točki

R_i	1	2	3	4	5	6	7	8 - 10
Vrednost premoženja v mio EUR	105	118	124	129	152	183	194	Več kot 200

$$R = \frac{N + 1}{2} = \frac{11}{2} = 5,5$$

$$Me = \frac{152 + 183}{2} = 167,5 \text{ milijona EUR}$$

Komentar: **Od desetih najbogatejših Slovencev jih ima polovica vrednost premoženja ocenjeno na več kot 167,5 milijona evrov, polovica pa na manj kot 167,5 milijona evrov.**

1 točka – pravilen zapis ranžirne vrste in izračun ranga za mediano

1 točka – pravilno izračunana mediane in razlaga mediane

- b) Za podatke o ocenjeni vrednosti premoženja najbogatejših Slovencev v tabeli 5 sestavite frekvenčno porazdelitev, ki bo vsebovala 4 razrede. Spodnja meja prvega razreda bo 101 milijon evrov, širine prvih treh razredov pa naj bodo 30.

2 točki

Tabela 6: Frekvenčna porazdelitev ocenjene vrednosti premoženja najbogatejših Slovencev v letu 2018

Ocenjena vrednost premoženja v mio EUR	Število oseb
101–130	4
131–160	1
161–190	1
191 in več	4
Skupaj	10

1 točka – pravilen zapis razredov

1 točka – pravilno izračunane frekvence po razredih

- c) Skupno premoženje 100 najbogatejših Slovencev je v letu 2018 doseglo 5,7 milijarde evrov. Delež treh najbogatejših Slovencev je znašal 21,63 %. Koliko je znašala povprečna ocenjena vrednost premoženja desetih najbogatejših Slovencev?

2 točki

$$\begin{aligned} \text{Vrednost premoženja treh najbogatejših Slovencev} &= 5.700 \text{ mio EUR} \cdot 0,2163 \\ &= 1.232,91 \text{ milijona EUR} \end{aligned}$$

$$M = \frac{1.232,91 + 194 + 183 + 152 + 129 + 124 + 118 + 105}{10} = 223,79 \text{ milijona EUR}$$

1 točka – pravilno izračunana vrednost premoženja treh najbogatejših Slovencev

1 točka – pravilno izračunana povprečna ocenjena vrednost premoženja desetih najbogatejših Slovencev

- d) Ali katere izmed srednjih vrednosti ne moremo določiti iz danih podatkov? Odgovor utemeljite.

1 točka

Iz danih podatkov ne moremo določiti najpogostejše vrednosti premoženja oz. modusa.

Modusa ne moremo določiti, ker ne vemo, kolikokrat se morebiti ponovi ista vrednost premoženja treh najbogatejših Slovencev.

1 točka – pravilna ugotovitev za modus in utemeljitev

3. SKUPINA

Rešitve in točkovnik

Točke z zvezdico so postopkovne točke in jih damo tudi ob prenosu napake.

Točke brez zvezdice damo le ob popolnem ujemanju rezultatov z objavljenimi rešitvami.

1. V tabelah sta predstavljeni sestavi delniških indeksov Alfa in Beta na dan 31. 12. 2018. Indeks Alfa sestavlja šest delnic, indeks Beta pa tri delnice različnih podjetij.

Tržna kapitalizacija podjetja je produkt števila njegovih delnic na trgu in trenutne cene delnice. *Vrednost delniškega indeksa* je tehtano povprečje cen delnic glede na deleže tržnih kapitalizacij posameznih podjetij v skupni tržni kapitalizaciji podjetij, katerih delnice sestavljajo indeks.

Indeks Alfa

Podjetje	Cena delnice	Število delnic	Tržna kapitalizacija	Delež v skupni tržni kapitalizaciji
Ananas	9,63 €	6600	63 558 €	34,24 %
Banana	13,42 €	2700	36 234 €	19,52 %
Citrus	5,94 €	3950	23 463 €	12,64 %
Datelj	11,90 €	2970	35 343 €	19,04 %
Figa	117,00 €	99	11 583 €	6,24 %
Grenivka	78,00 €	198	15 444 €	8,32 %

Indeks Beta

Podjetje	Cena delnice	Število delnic	Tržna kapitalizacija	Delež v skupni tržni kapitalizaciji
Hruška	5,10 €	1800	9180 €	31,25 %
Jagoda	32,40 €	510	16 524 €	56,25 %
Kivi	0,90 €	4080	3672 €	12,50 %

Z **modro** so vpisani podatki, ki jih izračunamo v nadaljevanju.

Z **zeleno** so vpisani podatki, ki jih ne potrebujemo.

V nalogi število delnic zaokroži na celo število, ostale vrednosti pa na dve decimalni mesti.

- a) Dopolni tabelo za **indeks Beta** in izračunaj njegovo vrednost na dan 31. 12. 2018. [4 točke]

Rešitev

Iz podatkov za podjetje Hruška izračunamo skupno tržno kapitalizacijo

$$\frac{9180}{0,3125} = 29\,376 \text{ €}.$$

Delež tržne kapitalizacije podjetja Kivi je

$$\frac{3672}{29\,376} = 0,1250 = 12,50\%.$$

Delež tržne kapitalizacije podjetja Jagoda je

$$1 - 0,3125 - 0,1250 = 0,5625 = 56,25\%.$$

Tržna kapitalizacija podjetja Jagoda je

$$0,5625 \cdot 29\,376 = 16\,524 \text{ €},$$

cena njegove delnice pa

$$\frac{16\,524}{510} = 32,40 \text{ €}.$$

Na koncu izračunamo vrednost indeksa Beta:

$$0,3125 \cdot 5,10 + 0,5625 \cdot 32,40 + 0,1250 \cdot 0,90 = 19,93.$$

Vrednost indeksa je v tem primeru merjena v evrih, a smo rezultat zapisali brez denarnih enot.

Točkovanje

Za dva pravilno določena manjkajoča podatka damo 1 točko, za tri podatke 2 točki, za vse štiri podatke 3 točke.

Vrednost indeksa 1 točka.*

Postopkovno točko damo v primeru narobe izpolnjene tabele.

- b) Najvišji dovoljen delež posameznega podjetja v skupni tržni kapitalizaciji indeksa Alfa je 40%. Za koliko odstotkov bi lahko zrasla cena tiste delnice v indeksu Alfa, ki je temu deležu trenutno najbližje, da bi dosegla najvišji dovoljeni delež? Pri tem predpostavi, da bi cene ostalih delnic ostale nespremenjene. [7 točk]

Rešitev

Najprej poiščemo podjetje z največjim deležem tržne kapitalizacije.

Iz podatkov za podjetje Datelj izračunamo skupno tržno kapitalizacijo

$$\frac{35\,343}{0,1904} = 185\,625 \text{ €}.$$

Izračunamo manjkajoče deleže tržnih kapitalizacij:

Za podjetje Banana dobimo

$$\frac{36\,234}{185\,625} = 0,1952 = 19,52\%.$$

Za podjetje Figa dobimo

$$\frac{11\,583}{185\,625} = 0,0624 = 6,24\%.$$

Za podjetje Citrus dobimo

$$1 - 0,3424 - 0,1952 - 0,1904 - 0,0624 - 0,0832 = 0,1264 = 12,64\%.$$

Podjetje z najvišjo tržno kapitalizacijo je podjetje Ananas.
Njegova tržna kapitalizacija znaša

$$0,3424 \cdot 185\,625 = 63\,558 \text{ €}.$$

Označimo z x povišanje tržne kapitalizacije podjetja Ananas zaradi povišanja cene njegove delnice. Ob tem se poviša tudi skupna kapitalizacija.

Veljati mora

$$\frac{63\,558 + x}{185\,625 + x} = 0,4.$$

Dobimo

$$\begin{aligned} 63\,558 + x &= 0,4 \cdot (185\,625 + x) \\ 0,6x &= 10\,692 \\ x &= 17\,820 \text{ €} \end{aligned}$$

Nova tržna kapitalizacija podjetja Ananas je

$$63\,558 + 17\,820 = 81\,378 \text{ €}.$$

Nova cena delnice podjetja Ananas je

$$\frac{81\,378}{6600} = 12,33 \text{ €}.$$

Cena delnice podjetja Ananas lahko zraste za

$$\frac{12,33 - 9,63}{9,63} = 0,2804 = 28,04 \text{ \%}.$$

Točkovanje

Manjkajoči deleži tržne kapitalizacije skupaj 1 točka.

Ugotovitev, da gre za podjetje Ananas, 1 točka.

Skupna kapitalizacija in kapitalizacija podjetja Ananas 1 točka.

Enačba, iz katere je mogoče določiti povišanje oz. novo tržno kapitalizacijo, 1 točka.

Nova tržna kapitalizacija 1 točka.*

Odstotna rast cene 2 točki.*

Postopkovne točke damo v primeru narobe določenih deležev.

- c) Koliko delnic imata na trgu podjetji Figa in Grenivka, če vemo da je cena delnice podjetja Figa za 39 € višja od cene delnice podjetja Grenivka, hkrati pa ima podjetje Grenivka na trgu dvakrat toliko delnic kot podjetje Figa? [5 točk]

Rešitev

Najprej izračunamo tržno kapitalizacijo podjetja Grenivka:

$$0,0832 \cdot 185\,625 = 15\,444 \text{ €}$$

Označimo s p ceno delnice podjetja Figa, z n pa število delnic podjetja Figa.

Veljati morata enakosti

$$\begin{aligned}p \cdot n &= 11\,583 \\(p - 39) \cdot (2n) &= 15\,444\end{aligned}$$

Rešiti moramo sistem dveh enačb z dvema neznankama.
Preoblikujemo drugo enačbo v

$$2p \cdot n - 78n = 15\,444$$

in vstavimo $p \cdot n$ iz prve enačbe. Dobimo enačbo

$$-78n = -7722$$

z rešitvijo $n = 99$.

Podjetje Figa ima na trgu 99 delnic, podjetje Grenivka pa $2 \cdot 99 = 198$ delnic.

Točkovanje

Tržna kapitalizacija podjetja Grenivka 1 točka.

Sistem enačb za p in n 2 točki.

Število delnic 1^+1^* točka.*

Postopkovne točke damo v primeru narobe določene kapitalizacije podjetja Grenivka.

Upoštevamo tudi drugačne pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

- d) Podjetje Hruška se umakne z borze z vsemi svojimi delnicami. Kolikšna bo nova vrednost indeksa Beta, če ceni in števili delnic ostalih podjetij ostanejo nespremenjene? [4 točke]

Rešitev

Nova skupna tržna kapitalizacija podjetij v indeksu Beta je

$$29\,376 - 9180 = 20\,196 \text{ €}.$$

Nov delež podjetja Jagoda je

$$\frac{16\,524}{20\,196} = 0,8182 = 81,82 \%$$

Nov delež podjetja Kivi je

$$\frac{3672}{20\,196} = 0,1818 = 18,18 \%$$

Nova vrednost indeksa Beta je

$$0,8182 \cdot 32,40 + 0,1818 \cdot 0,90 = 26,67.$$

Točkovanje

Nova deleža podjetij Jagoda in Kivi 1+1 točka.

Nova vrednost indeksa 1^+1 točka.*

Postopkovno točko damo v primeru napačno določenih deležev.

2. Za nakup novega stanovanja pri banki najamemo stanovanjski kredit v višini 60 000 €. Kredit bomo povrnili v 10 letih v enakih mesečnih obrokih. Prvi obrok bo plačan en mesec, zadnji pa 10 let po najemu kredita. Banka uporablja konformno mesečno obrestovanje in 4 % letno obrestno mero.

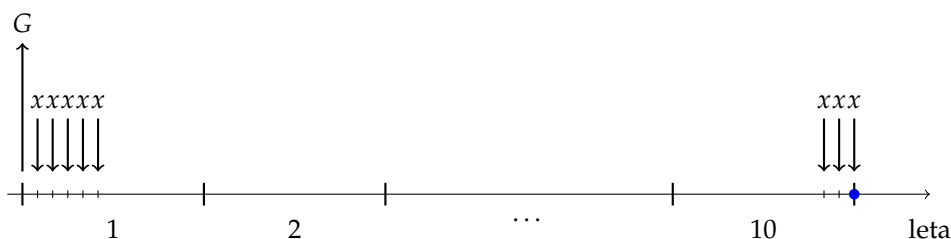
a) Kolikšna je višina posameznega obroka?

[8 točk]

Rešitev

Glavnica kredita je $G = 60\,000\text{ €}$, višino obroka označimo z x .

Denarne tokove prikazuje spodnja shema.



Mesečni obrestni faktor je $r = \sqrt[12]{1 + \frac{p}{100}} = \sqrt[12]{1,04}$.

Redukcijski termin postavimo na trenutek zadnjega obroka.

Z načelom ekvivalence glavnice dobimo

$$Gr^{120} = xr^{119} + xr^{118} + \dots + xr + x$$

$$Gr^{120} = x(r^{119} + r^{118} + \dots + r + 1)$$

$$Gr^{120} = x \cdot \frac{r^{120} - 1}{r - 1}$$

$$x = Gr^{120} \cdot \frac{r - 1}{r^{120} - 1}$$

$$x = 60\,000 \cdot 1,04^{10} \cdot \frac{\sqrt[12]{1,04} - 1}{1,04^{10} - 1} = 605,43\text{ €}$$

Mesečni obrok znaša 605,43 €.

Točkovanje

Shema denarnih tokov oziroma razumevanje naloge 2 točki.

Mesečni obrestni faktor 1 točka.

Enačba na osnovi načela ekvivalence glavnice 1*+1 točka.

Vsota geometrijske vrste 1* točka.

Rezultat 2 točki.

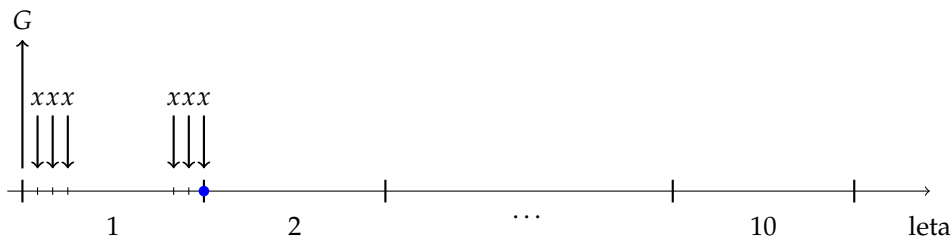
Postopkovne točke damo pri narobe pripravljeni shemi denarnih tokov.

Upoštevamo tudi drugačne pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

b) Koliko dolgujemo banki eno leto po najemu kredita, takoj po plačilu 12. obroka? [4 točke]

Rešitev

1. način: Naobrestimo začetni dolg in že plačane anuitete do konca prvega leta.



Čez eno leto banki dolgujemo

$$\begin{aligned}
 G_1 &= Gr^{12} - xr^{11} - xr^{10} - \dots - xr - x \\
 &= Gr^{12} - x(r^{12} + r^{11} + \dots + r + 1) \\
 &= Gr^{12} - x \cdot \frac{r^{12} - 1}{r - 1} \\
 &= 60\,000 \cdot 1,04 - 605,43 \cdot \frac{1,04 - 1}{\sqrt[12]{1,04} - 1} \\
 &= 55\,002,54 \text{ €}
 \end{aligned}$$

2. način: Razobrestimo vse neplačane anuitete do konca prvega leta.



Čez eno leto banki dolgujemo

$$\begin{aligned}
 G_1 &= \frac{x}{r} + \frac{x}{r^2} + \dots + \frac{x}{r^{107}} + \frac{x}{r^{108}} \\
 &= \frac{x}{r^{108}} \cdot (r^{107} + r^{106} + \dots + r + 1) \\
 &= \frac{x}{r^{108}} \cdot \frac{r^{108} - 1}{r - 1} \\
 &= \frac{605,43}{1,04^9} \cdot \frac{1,04^9 - 1}{\sqrt[12]{1,04} - 1} \\
 &= 55\,002,54 \text{ €}
 \end{aligned}$$

Točkovanje

Izraz za preostali dolg 2 točki.

Rezultat 2 točki.

Upoštevamo odstopanja, ki so posledica vmesnih zaokroževanj.

Upoštevamo tudi drugačne pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

c) Kdaj prvič banki dolgujemo manj kot polovico začetnega dolga?

[8 točk]

Rešitev

1. način: Takoj po plačilu n -tega obroka, $n \in \{1, 2, \dots, 120\}$, banki dolgujemo

$$\begin{aligned} G_2 &= Gr^n - xr^{n-1} - xr^{n-2} - \dots - xr - x \\ &= Gr^n - x(r^{n-1} + r^{n-2} + \dots + r + 1) \\ &= Gr^n - x \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} \end{aligned}$$

Ker želimo, da je preostanek dolga G_2 manjši od $G/2$, dobimo neenačbo

$$Gr^n - x \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} < \frac{G}{2}$$

z neznanko n . Najprej izrazimo r^n :

$$\begin{aligned} Gr^n(r - 1) - x(r^n - 1) &< \frac{G}{2}(r - 1) \\ r^n(G(r - 1) - x) &< \frac{G}{2}(r - 1) - x \\ r^n(x - G(r - 1)) &> x - \frac{G}{2}(r - 1) \\ r^n &> \frac{x - \frac{G}{2}(r - 1)}{x - G(r - 1)} \end{aligned}$$

Neenačbo logaritmiramo:

$$\begin{aligned} n \ln r &> \ln \frac{x - \frac{G}{2}(r - 1)}{x - G(r - 1)} \\ n &> \frac{\ln(x - \frac{G}{2}(r - 1)) - \ln(x - G(r - 1))}{\ln r} \\ n &> 65,85 \end{aligned}$$

Banki dolgujemo manj kot polovico začetnega dolga takoj po plačilu 66. obroka, to je 5 let in 6 mesecev po najemu kredita.

2. način: Takoj po plačilu n -tega obroka, $n \in \{1, 2, \dots, 120\}$, banki dolgujemo

$$\begin{aligned} G_2 &= \frac{x}{r} + \frac{x}{r^2} + \dots + \frac{x}{r^{120-n}} \\ &= \frac{x}{r^{120-n}} \cdot (r^{119-n} + r^{118-n} + \dots + r + 1) \\ &= \frac{x}{r^{120-n}} \cdot \frac{r^{120-n} - 1}{r - 1} \end{aligned}$$

Rešujemo neenačbo

$$\frac{x}{r^{120-n}} \cdot \frac{r^{120-n} - 1}{r - 1} < \frac{G}{2}$$

kar preoblikujemo v

$$\begin{aligned}\frac{x}{r-1} \cdot \frac{r^{120-n} - 1}{r^{120-n}} &< \frac{G}{2} \\ \frac{x}{r-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{r^{120-n}}\right) &< \frac{G}{2} \\ \frac{x}{r-1} \cdot (1 - r^{n-120}) &< \frac{G}{2} \\ 1 - r^{n-120} &< \frac{G(r-1)}{2x} \\ r^{n-120} &> 1 - \frac{G(r-1)}{2x} \\ r^{n-120} &> \frac{2x - G(r-1)}{2x}\end{aligned}$$

Z logaritmiranjem dobimo

$$\begin{aligned}(n-120) \ln r &> \ln \frac{2x - G(r-1)}{2x} \\ n &> \frac{\ln(2x - G(r-1)) - \ln(2x)}{\ln r} + 120 \\ n &> 65,85\end{aligned}$$

Banki dolgujemo manj kot polovico začetnega dolga takoj po plačilu 66. obroka, to je 5 let in 6 mesecev po najemu kredita.

Točkovanje

Izraz za preostali dolg 2 točki.

Izrazitev r^n 3 točke.

Logaritmiranje 1 točka

Rešitev (ne)enačbe 1 točka.

Odgovor 1 točka.

Upoštevamo odstopanja, ki so posledica vmesnih zaokroževanj.

Upoštevamo tudi drugačne pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

Če tekmovalec/-ka dobi oceno $n < 65,85$, odbijemo 1 točko.

3. Na trgu obstajajo tri obveznice, vse imajo nominalno vrednost 100 €. Ena obveznica je brezkuponska, dve pa sta kuponski in sta pravkar izplačali letne kupone. Brezkuponska obveznica ima dospelje čez eno leto in donosnost do dospelja 1,75 %. Druga obveznica ima dospelje čez dve leti, izplačuje kupone po 5 % kuponski obrestni meri in ima donosnost do dospelja 2,69 %. Tretja obveznica ima dospelje čez tri leta, izplačuje kupone po 10 % kuponski obrestni meri in ima donosnost do dospelja 3,15 %.

Donosnost do dospelja obveznice je konstantna efektivna obrestna mera, pri kateri je sedanja vrednost prihodnjih denarnih tokov obveznice enaka trenutni ceni obveznice.

- a) Določi trenutne cene obveznic. Rezultate v evrih zaokroži na dve decimalni mesti.

[5 točk]

Rešitev

Cene obveznic dobimo z diskontiranjem njihovih prihodnjih denarnih tokov.

Vse denarne tokove posamezne obveznice diskontiramo po isti obrestni meri, ki je donosnost do dospelja obveznice.

Prva obveznica čez eno leto izplača nominalno vrednost 100 €. Njena cena je

$$P_1 = \frac{100}{1 + 0,0175} = 98,28 \text{ €}.$$

Druga obveznica čez eno leto izplača kupon $C_2 = 0,05 \cdot 100 = 5 \text{ €}$, čez dve leti pa kupon C_2 skupaj z nominalno vrednostjo 100 €. Njena cena je

$$P_2 = \frac{5}{1 + 0,0269} + \frac{100 + 5}{(1 + 0,0269)^2} = 104,44 \text{ €}.$$

Tretja obveznica čez eno in dve leti izplača kupon $C_3 = 0,1 \cdot 100 = 10 \text{ €}$, čez tri leta pa kupon C_3 skupaj z nominalno vrednostjo 100 €. Njena cena je

$$P_3 = \frac{10}{1 + 0,0315} + \frac{10}{(1 + 0,0315)^2} + \frac{100 + 10}{(1 + 0,0315)^3} = 119,32 \text{ €}.$$

Točkovanje

Cena brezkuponske obveznice 1 točka.

Ceni kuponskih obveznic, vsaka 1*+1 točka.

Postopkovni točki damo za razumevanje denarnih tokov obveznic.

- b) Vlagateljica želi na obvezniškem trgu vložiti 80 000 €. Polovico zneska vloži v brezkuponske obveznice, polovico pa v kuponske obveznice z dospeljem čez 2 leti. Določi njen portfelj in izplačili, ki ju vlagateljica prejme čez eno in dve leti. Število posameznih obveznic zaokroži na celo število, izplačili v evrih pa na dve decimalni mesti. [4 točke]

Rešitev

Vlagateljica v vsako od omenjenih obveznic vloži 40 000 €. Zato kupi

$$\frac{40\,000}{98,28} = 407$$

brezkuponskih obveznic in

$$\frac{40\,000}{104,44} = 383$$

kuponskih obveznic z dospeljem čez 2 leti.

Čez eno leto prejme

$$407 \cdot 100 + 383 \cdot 5 = 42\,615 \text{ €},$$

čez dve leti pa

$$383 \cdot 105 = 40\,215 \text{ €}.$$

Točkovanje

Število obveznic 1*+1* točka.

Izplačili 1+1 točka.

Postopkovni točki damo pri prenosu napake iz prejšnjega vprašanja.

Upoštevamo odstopanja, ki so posledica vmesnih zaokroževanj.

- c) Določi donosnost do dospelja vlagateljčinega portfelja obveznic. Rezultat v odstotkih zaokroži na dve decimalni mesti. [5 točk]

Rešitev

Vlagateljica danes vloži 80 000 €, čez eno leto prejme 42 615 €, čez dve leti pa 40 215 €. Označimo iskano donosnost do dospelja z R . Veljati mora

$$\frac{42\,615}{1+R} + \frac{40\,215}{(1+R)^2} = 80\,000.$$

Vpeljemo novo neznanko $x = \frac{1}{1+R}$ in dobimo kvadratno enačbo

$$42\,615x + 40\,215x^2 = 80\,000,$$

kar preuredimo v

$$40\,215x^2 + 42\,615x - 80\,000 = 0.$$

Rešitvi sta $x_1 = 0,9768$ in $x_2 = -2,0365$.

Druga rešitev je finančno nesmiselna, iz prve pa dobimo

$$R = \frac{1}{x_1} - 1 = 0,0237 = 2,37\%.$$

Enak rezultat dobimo, če natančneje upoštevamo, da za portfelj ob nakupu plača

$$407 \cdot 98,28 + 383 \cdot 104,44 = 80\,000,48 \text{ €}.$$

Točkovanje

Enačba, iz katere je mogoče določiti R , 2* točki.

Prevedba na kvadratno enačbo 1* točka.

Postopkovne točke damo pri prenosu napačnih denarnih tokov iz naloge b).

Rešitvi kvadratne enačbe (zadošča x_1) 1 točka.

Donosnost do dospelja 1 točka.

Upoštevamo odstopanja, ki so posledica vmesnih zaokroževanj.

Upoštevamo tudi drugačne pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

- d) Vlagatelj želi vložiti 164 000 € v vse tri obveznice tako, da bo čez eno, dve in tri leta prejel enak znesek. Določi portfelj obveznic in prejeti znesek. Število posameznih obveznic zaokroži na celo število, znesek v evrih pa na dve decimalni mesti. [6 točk]

Rešitev

Pripravimo preglednico izplačil portfelja

Portfelj obveznic	Izplačilo		
	čez 1 leto	čez 2 leti	čez 3 leta
x enoletnih	$100x$		
y dveletnih	$5y$	$105y$	
z triletnih	$10z$	$10z$	$110z$

Če portfelj izplača enak znesek A ob koncu vsakega leta, velja

$$100x + 5y + 10z = A$$

$$105y + 10z = A$$

$$110z = A$$

Dobimo rešitev $z = \frac{A}{110}$ in $x = y = \frac{2A}{231}$.

Trenutna cena takšnega portfelja je

$$\frac{2A}{231} \cdot 98,28 + \frac{2A}{231} \cdot 104,44 + \frac{A}{110} \cdot 119,32 = 2,8399A.$$

Iz enačbe

$$2,8399A = 164\,000$$

dobimo iskano izplačilo

$$A = 57\,748,94 \text{ €}$$

in portfelj $x = 500$ brezkuponskih, $y = 500$ dveletnih kuponskih in $z = 525$ triletnih kuponskih obveznic.

Izplačila takega portfelja natančneje znašajo

$$100 \cdot 500 + 5 \cdot 500 + 10 \cdot 525 = 57\,750 \text{ €}$$

$$105 \cdot 500 + 10 \cdot 525 = 57\,750 \text{ €}$$

$$110 \cdot 525 = 57\,750 \text{ €}$$

Cena portfelja je $500 \cdot 98,28 + 500 \cdot 104,44 + 525 \cdot 119,32 = 164\,003 \text{ €}$.

Točkovanje

Sistem enačb na osnovi izplačil 2 točki.

Rešitev sistema 1*+1 točka.

Postopkovno točko damo za reševanja sistema treh linearnih enačb.

Izplačilo 1 točka.

Portfelj 1 točka.

Upoštevamo odstopanja, ki so posledica vmesnih zaokroževanj.

Upoštevamo tudi drugačne pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

4. Delnica podjetja Banana je danes vredna 13,42 €. Vemo, da bo podjetje čez šest mesecev izplačalo dividendo v višini 0,55 € na delnico. Netvegana efektivna obrestna mera pri zveznem obrestovanju znaša 2,50 % za vsa dospelja.

Finančno podjetje želi izdati evropsko nakupno in evropsko prodajno opcijo na delnico podjetja Banana z zapadlostjo čez 9 mesecev in izvršilno ceno 14,50 €.

- a) Kakšnim pogojem mora ustrezati premija evropske prodajne opcije? [6 točk]

Rešitev

Za premijo p_0 evropske prodajne opcije na delnico, ki izplačuje dividende, morata v času $t = 0$ veljati neenakosti

$$\max \{K(1 + R)^{-T} - S_0 + I(0, T), 0\} \leq p_0 \leq K(1 + R)^{-T}.$$

Trenutna cena delnice je $S_0 = 13,42 \text{ €}$.

Izplačala bo dividendo v višini $d = 0,55 \text{ €}$ čez 6 mesecev, to je čez $t' = \frac{1}{2}$ leta.

Opcija ima do zapadlosti še 9 mesecev, to je $T = \frac{3}{4}$ leta, in izvršilno ceno $K = 14,50 \text{ €}$.

Obrestna mera je $R = 0,025$.

Sedanja vrednost izplačane dividende je

$$I(0, T) = \frac{d}{(1 + R)^{t'}} = \frac{0,55}{1,025^{1/2}} = 0,5433 \text{ €}.$$

Dobimo oceni

$$\max\{14,50 \cdot 1,025^{-3/4} - 13,42 + 0,5433; 0\} \leq p_0 \leq 14,50 \cdot 1,025^{-3/4},$$
$$\max\{1,36; 0\} \leq p_0 \leq 14,23.$$

Za premijo mora veljati

$$1,36 \text{ €} \leq p_0 \leq 14,23 \text{ €}.$$

Točkovanje

Izbira prave neenakosti 2 točki.

Pravilno računanje diskontnih faktorjev 1 točka.

Pravilno upoštevanje dividende 1 točka.

Meji za premijo 1+1 točka.

- b) Kakšnim pogojem mora ustrezati premija evropske nakupne opcije? [4 točke]

Rešitev

Za premijo c_0 evropske nakupne opcije na delnico, ki izplačuje dividende, morata v času $t = 0$ veljati neenakosti

$$\max\{S_0 - K(1 + R)^{-T} - I(0, T), 0\} \leq c_0 \leq S_0 - I(0, T).$$

Dobimo oceni

$$\max\{13,42 - 14,50 \cdot 1,025^{-3/4} - 0,5433; 0\} \leq p_0 \leq 13,42 - 0,5433,$$
$$\max\{-1,36; 0\} \leq p_0 \leq 12,88.$$

Za premijo mora veljati

$$0 \text{ €} \leq c_0 \leq 12,88 \text{ €}.$$

Točkovanje

Izbira prave neenakosti 2 točki.

Meji za premijo 1+1 točka.

- c) Takoj po izdaji se je na trgu za prodajno opcijo izoblikovala premija $1,75 \text{ €}$. Koliko bi morala znašati premija nakupne opcije, da na trgu ne bi bilo arbitražne priložnosti?

[3 točke]

Rešitev

Če delnica izplačuje dividende, premiji evropske nakupne in evropske prodajne opcije povezuje paritetna enakost

$$p_0 + S_0 - I(0, T) = c_0 + K(1 + R)^{-T}.$$

V našem primeru iz paritete dobimo

$$\begin{aligned}c_0 &= p_0 + S_0 - I(0, T) - K(1 + R)^{-T} \\ &= 1,75 + 13,42 - 0,5433 - 14,50 \cdot 1,025^{-3/4} \\ &= 0,39 \text{ €}.\end{aligned}$$

Premija nakupne opcije bi morala znašati 0,39 €.

Točkovanje

Zapis paritete 1 točka.

Premija 1*+1 točka.

Postopkovno točko damo pri prenosu napake iz prejšnjih vprašanj.

- d) Takoj po izdaji opcij sta se na trgu oblikovali ceni 1,75 € za prodajno opcijo in 0,25 € za nakupno opcijo, zato je možna arbitražna. Poišči arbitražno strategijo, ki jo lahko izvede finančno podjetje, ki lahko kupi, izda ali kratko proda katerikoli finančni instrument.

Kratka prodaja pomeni, da (začasno) prodamo delnico, ki je v resnici sami nimamo, temveč smo si jo sposodili. Če delnica v času kratke prodaje izplača dividendo, prvotnemu lastniku delnice dividendo izplačamo mi. [7 točk]

Rešitev

Opazimo, da se je na trgu za evropsko nakupno opcijo izoblikovala nižja cena od tiste, ki smo jo določili pri vprašanju c). Zato je pariteta kršena in velja

$$p_0 + S_0 - I(0, T) > c_0 + K(1 + R)^{-T}$$

oziroma

$$p_0 - c_0 + S_0 - K(1 + R)^{-T} - I(0, T) > 0.$$

Neenakost nam pomaga sestaviti arbitražno strategijo:

- Čas $t = 0$ (danes).
 - Izdamo prodajno opcijo,
 - kupimo nakupno opcijo,
 - kratko prodamo delnico,
 - investiramo $K(1 + R)^{-T} = 14,50 \cdot 1,025^{-3/4} = 14,2339 \text{ €}$ za 9 mesecev.
 - investiramo $I(0, T) = 0,5433 \text{ €}$ za pol leta.

Neto denarni tok teh transakcij je

$$p_0 - c_0 + S_0 - K(1 + R)^{-T} - I(0, T) = 1,75 - 0,25 + 13,42 - 14,2339 - 0,5433 = 0,14 \text{ €} > 0.$$

- Čas $t' = \frac{1}{2}$ (izplačilo dividend).
 - Prejmemo $0,5433 \text{ €}$ z obrestmi, kar zneso $0,5433 \cdot 1,025^{1/2} = 0,55 = d$,
 - izplačamo dividendo prvotnemu lastniku delnice.

Neto denarni tok teh transakcij je

$$d - d = 0 \text{ €}.$$

- Čas $T = \frac{3}{4}$ (zapadlost opcij).
 - Izplačamo prodajno opcijo, če je potrebno,
 - izvršimo nakupno opcijo, če se izplača,

- kupimo delnico in zapremo kratko prodajo,
 - prejmemo 14,2339 € z obrestmi, kar znese $14,2339 \cdot 1,025^{3/4} = 14,50 = K$.
- Ob zapadlosti opcij je neto denarni tok

$$\begin{aligned}
 -P_{3/4} + C_{3/4} - S_{3/4} + K &= -\max\{K - S_{3/4}, 0\} + \max\{S_{3/4} - K, 0\} - S_{3/4} + K = \\
 &= -\left(\max\{K - S_{3/4}, 0\} + S_{3/4}\right) + \max\{S_{3/4} - K, 0\} + K = \\
 &= -\max\{K, S_{3/4}\} + \max\{S_{3/4}, K\} = 0.
 \end{aligned}$$

Arbitražni zaslužek je ustvarjen v času $t = 0$ in znaša 0,14 €.

Točkovanje

Transakcije in denarni tok v času 0; 3 točke.

Transakciji in denarni tok v času $\frac{1}{2}$; 1 točka.

Transakcije in denarni tok v času $\frac{3}{4}$; 3 točke.