

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.



16. državno tekmovanje v znanju
poslovne in finančne matematike ter
statistike za srednje šole
Slovenska Bistrica, 6. april 2018

Prilepite nalepko s šifro

1. skupina: **Poslovna matematika**

Naloge rešujte samostojno. Dovoljena je uporaba žepnega računalca.

Naloge so štiri, vsaka je vredna 7 točk.

Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, pri vmesnih rezultatih pa uporabite vsa decimalna mesta.

N1	N2	N3	N4	Skupaj

Za reševanje imate na voljo 120 minut. Želimo vam veliko uspeha pri reševanju nalog.

1. NALOGA

Pekarna ima tri proizvodne linije. Na vsaki je zaposlenih 12 pekov, ki so v ponedeljek spekli 1840 kg kruha in drobnega pekovskega peciva.

- a) Koliko kg kruha in peciva bodo spekli v torek, če se je število pekov na vsaki proizvodni liniji zmanjšalo za tretjino? Upoštevajte, da se je storilnost pekov zaradi okvare peči zmanjšala za 10 %.

4 točke

- b) Za razvoz kruha in peciva ima pekarna na voljo štiri kombije. Ponedeljkovo količino sta razvozila dva kombija, in sicer vsak polovico. Koliko kg kruha in peciva je bilo natovorjenih v vsakem kombiju v ponedeljek?
Koliko kg kruha in peciva bo natovorjenih v vsakem kombiju v sredo, ko bo celotna količina za 70 % večja od ponedeljkove in jo bodo razvozili s štirimi kombiji, vsak enako proizvedeno količino?

3 točke

2. NALOGA

Ministrstvo za kmetijstvo je v letu 2017 odobrilo 40.000,00 EUR nepovratnih sredstev za kmete, ki so utrpeli škodo zaradi toče. Med štiri kmetije, za katere imamo naslednje podatke:

Kmetija	Katastrski dohodek v EUR	Ocenjena škoda v EUR
Arh	54.000,00	12.000,00
Ban	72.000,00	9.600,00
Cot	36.000,00	14.400,00
Dimc	108.000,00	12.000,00

a) razdelite sredstva premo sorazmerno ocenjeni škodi.

1 točka

b) razdelite sredstva obratno sorazmerno s katastrskim dohodkom.

1 točka

- c) razdelite sredstva premo sorazmerno ocenjeni škodi in hkrati obratno sorazmerno s katastrskim dohodkom.

1 točka

- d) razdelite sredstva tako, da dobi kmetija Arh 20 % več sredstev kot kmetija Ban, kmetija Cot 40 % manj sredstev kot kmetija Arh in kmetija Dimc 1,5-krat toliko sredstev kot kmetija Cot.

3 točke

- e) Za koliko % več ali manj sredstev dobi kmetija Cot od kmetije Arh? Pri izračunu upoštevajte podatke iz točke c).

1 točka

3. NALOGA

Družina Kos se že nekaj čas odloča za nakup jadrnice. Všeč jim je jadrnica, ki je imela prvotno ceno 81.000,00 EUR. Lastnik je zaradi potrebnih popravil znižal ceno za 13 %. Ker ni bilo kupcev, se je odločil, da bo sam opravil popravila. Zato je sledila podražitev jadrnice za x %, nato ponovno podražitev še za 15 %. Bodoči kupec bi moral poravnati tudi stroške dodatnih storitev v višini 2.650,00 EUR, tako da bi na koncu moral plačati za jadrnico skupaj s stroški 127.883,40 EUR?

a) Kolikšna je bila neznana podražitev v %?

4 točke

b) Kolikšna je bila skupna pocenitev ali podražitev v %?

1 točka

c) Izrazite stroške dodatnih storitev v % od cene po zadnji podražitvi. **1 točka**

d) Za koliko % bi se morala jadrnica 3-krat zapored podražiti za enak odstotek, da bi bila končna cena te jadrnice 95.000,00 EUR. Upoštevajte, da je začetna cena jadrnice 81.000,00 EUR?

1 točka

4. NALOGA

Družina Kos varčuje še za nakup stanovanja. Prihranila je že 55.680,00 EUR in jih hrani na bančnem računu.

- a) Po kakšni letni obrestni meri bi se morala obrestovati privarčevana sredstva 11,5 leta, da bi se povečala za 75 % pri polletni kapitalizaciji, dekurzivnem obrestovanju in relativni obrestni meri?

3 točke

- b) Družini Kos poleg privarčevanih 55.680,00 EUR za nakup stanovanja manjka še 10 % sredstev. Koliko časa bi morala biti v banki vezana privarčevana sredstva, če banka obrestuje vloge po 4-% letni obrestni meri z dnevno kapitalizacijo, da bi družina zbrala dovolj denarja za nakup stanovanja, če je obrestna mera konformna? Čas izrazite v letih in dnevih.

2 točki

- c) Kolikšna bi bila privarčevana sredstva družine, če bi se obrestovala le 5 let po 4-% letni obrestni meri, četrtletni kapitalizaciji z relativno obrestno mero in dekurzivnim obrestovanjem?

2 točki



**16. državno tekmovanje v znanju
poslovne in finančne matematike ter
statistike za srednje šole
Slovenska Bistrica, 6. april 2018**

Prilepите nalepko s šifro

2. skupina: Statistika

N1	N2	N3	N4	Skupaj

Naloge rešujete samostojno. Dovoljena je uporaba žepnega računalca.

Naloge so štiri, vsaka je vredna 7 točk.

Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če pri nalogah ni navedeno drugače.

Za reševanje imate na voljo 120 minut. Želimo vam veliko uspeha pri reševanju nalog.

1. NALOGA

Čokolada je prehrambeni izdelek, narejen iz kakava. Naj bo rjava, črna ali bela, z lešniki, karamelo, mlečna..., nihče se ne more upreti tej sladki razvadi.

Tabela 1: Največji proizvajalci čokolade na svetu po vrednosti prodaje in strukturnih odstotkih v letu 2014

Proizvajalec	Prodaja v milijonih USD	Strukturni delež v %
Mars Inc (ZDA)		24,47
Mondelēz International (ZDA)	14.350	
Ferrero Group (Luksemburg/Italija)		14,45
Nestlé SA (Švica)		13,84
Meiji Co Ltd (Japonska)	9.818	
Hershey Foods Corp (ZDA)		9,91
Chocoladenfabriken Lindt & Sprüngli AG (Švica)	4.021	
Skupaj	75.512	100,00

Vir: <https://sl.wikipedia.org/wiki/Čokolada>

- a) Dopolnite tabelo tako, da izračunate vrednosti prodaje posameznega proizvajalca v milijonih ameriških dolarjev ali izračunate strukturni delež posameznega proizvajalca, izražen v strukturnih odstotkih. (*Prodajo v milijonih ameriških dolarjev zaokrožite na cela števila, strukturne odstotke pa na dve decimalni mesti natančno in jih vpišite v zgornjo tabelo.*)

4 točke

- b) Pri nas je zelo priljubljena čokolada Milka, ki originalno izvira iz Švice in je od leta 1990 v lastništvu druge največje proizvajalke čokolade Mondelez International iz ZDA. Na trgu je po nekaterih podatkih okoli 45 različic te čokolade: mlečna, jagodna z oreščki idr. Vsaka vrsta ima nekoliko drugačno sestavo, odvisno od dodatkov. Na spletni strani lahko najdemo podatke o sestavinah v 100-gramski mlečni čokoladi Milka.

Tabela 2: Povprečne hranilne vrednosti posameznih sestavin v 100-gramski tablici mlečne čokolade Milka

Povprečna hranilna vrednost na 100 g:	100 g
Energijska vrednost	2213 kj / 530 kcal
Maščobe	29 g
– od tega nasičene maščobe	18 g
Ogljikovi hidrati	59 g
– od tega sladkorji	58 g
Prehranske vlaknine	1,8 g
Beljakovine	6,3 g
Sol	0,4 g
Ostalo	3,5 g

Vir: <http://www.kompas-shop.si/sl/Cokolade/Milka--mlecna-cokolada>

Ana je kupila 270-gramsko čokolado Milka in želi ugotoviti, koliko je v njej posameznih sestavin. Pomagajte ji izračunati energijske vrednosti posameznih sestavin v 270-gramski tablici čokolade, če poznate podatke o sestavinah v 100-gramski in veste, da je struktura čokolade enaka tako pri 100-gramski kot pri 270-gramski čokoladi. (Rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti natančno in jih zapišite v spodnjo tabelo.)

3 točke

Tabela 3: Povprečne hranilne vrednosti posameznih sestavin v 270-gramski tablici mlečne čokolade Milka

Povprečna hranilna vrednost na 270 g:	
Maščobe	
Ogljikovi hidrati	
Prehranske vlaknine	
Beljakovine	
Sol	
Ostalo	

2. NALOGA

V občini Mala vas poznamo za obdobje zadnjih treh let nekatere podatke o številu zaposlenih za nedoločen čas in številu iskalcev zaposlitve.

Tabela 4: Zaposleni in iskalci zaposlitve po četrtletjih leta 2016 v občini Mala vas

Obdobje	Število zaposlenih	Število iskalcev zaposlitve
1. četrtletje	5945	18
2. četrtletje	5824	20
3. četrtletje	6212	87
4. četrtletje		107

Vir: izmišljeni podatki

- a) Izračunajte število iskalcev zaposlitve na 1000 zaposlenih za prva tri četrtletja. (*Rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti natančno*).

2 točki

- b) Izračunajte število zaposlenih v 4. četrtletju, če je znan podatek, da je bilo v zadnjem četrtletju 17 iskalcev zaposlitve na 1000 zaposlenih. (*Število zaposlenih zaokrožite na celo število*).

2 točki

- c) Občino Mala vas je v prvem polletju leta 2016 obiskalo 2350 turistov, od tega 68 % tujih, v drugem polletju pa samo 125 turistov, od tega 12 % tujih.
- Za obe polletji izračunajte število tujih turistov na 100 vseh turistov.
(Rezultate zaokrožite na celo število).

1 točka

- Za obe polletji izračunajte še število tujih turistov na 100 domačih turistov.
(Rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti natančno).

2 točki

3. NALOGA

V letu 2016 je bilo v turističnih nastanitvenih objektih v Sloveniji zabeleženih več kot 4,3 milijona prihodov turistov (tj. prihodov domačih in tujih turistov skupaj). Prihodov domačih turistov smo v letu 2016 našteali skoraj 1,3 milijona, prihodov tujih pa 3 milijone. Od tujih turistov, ki so v letu 2016 obiskali Slovenijo, je bilo največ turistov iz naslednjih držav: iz Italije 17 %, iz Avstrije in Nemčije po 10 %, iz Hrvaške 5 % in iz Republike Koreje 4 %.

- a) Izračunajte število prihodov tujih turistov iz omenjenih držav. (Rezultate zaokrožite na celo število in jih vpišite v spodnjo tabelo).

2 točki

Tabela 5: Prihodi tujih turistov po državah v Sloveniji v letu 2016

Država	Število prihodov tujih turistov
Italija	
Avstrija	
Nemčija	
Hrvaška	
Republika Koreja	

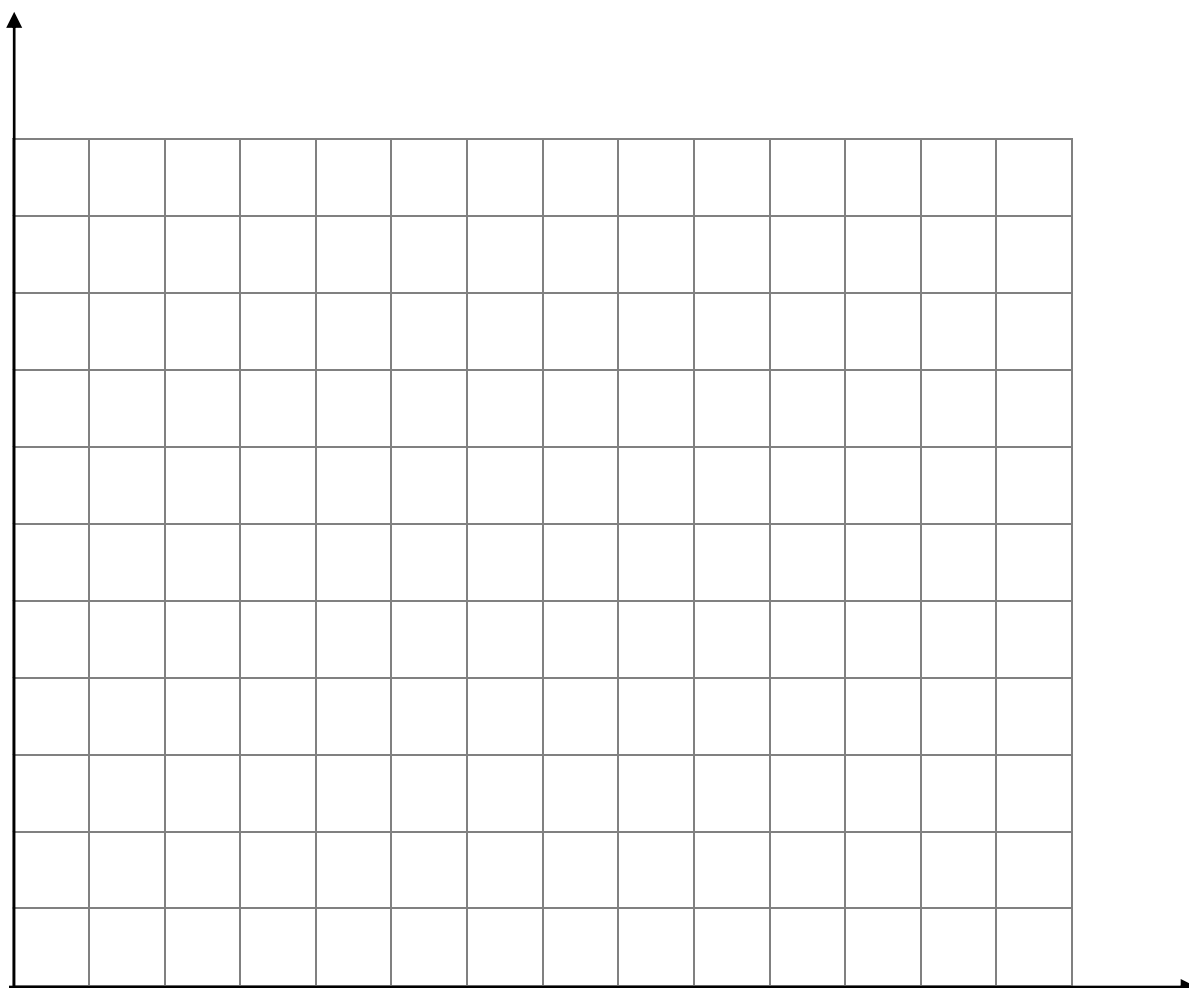
- b) Tabela 6 prikazuje stopnje rasti za prenočitve turistov v Sloveniji v letih od 2008 do 2016.

- Stopnje rasti izrazite v obliki verižnih indeksov. (Rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti natančno).
- Izračunane verižne indekse prikažite grafično.

3 točke

Tabela 6: Stopnje rasti za prenočitve turistov v Sloveniji v letih od 2008 do 2016

Leto	Stopnje rasti za prenočitve turistov	V_j	Število prenočitev turistov v milijonih
2008	-		
2009	-3,23		
2010	-1,11		
2011	5,62		
2012	1,06		
2013	1,05		
2014	0		
2015	7,29		
2016	8,74		



- Izračunajte število prenočitev turistov v Sloveniji po letih, če vemo, da je bilo leta **2012 9,5 milijona prenočitev turistov**. (Rezultate zaokrožite na 1 decimalno mesto natančno in jih vpišite v prazni stolpec v tabeli 6.)

2 točki

4. NALOGA

Štirje dijaki so igrali igro Človek ne jezi se. Igralno kocko so vrgli 200-krat. Pri tem so zabeležili naslednje rezultate: 35-krat so vrgli po 1 piko, 25-krat po 2 piki, v 20 odstotkov metih po 3 pike, v osmini metov po 4 pike, v 30 metih po 5 pik, v preostalih metih pa po 6 pik.

- a) Sestavite frekvenčno porazdelitev metov po številu vrženih pik na kocki.

Tabela 7: **Frekvenčna porazdelitev metov po številu pik pri igri človek ne jezi se**

Število padlih pik	Absolutna frekvenca f_i		
1 pika			
2 piki			
3 pike			
4 pike			
5 pik			
6 pik			
Skupaj			

2 točki

- b) Pri koliko odstotkih metov je bilo vrženih 6 pik?

- c) Katero je bilo najpogostejše število vrženih pik?

1 točka

d) Kolikšno je bilo povprečno število doseženih pik pri igri Človek ne jezi se?

1 točka

e) Pogostost padlega števila pik pri metih grafično prikažite s strukturnim krogom.

3 točke

Naloge rešuj samostojno. Uporaba zapiskov in literature ni dovoljena.

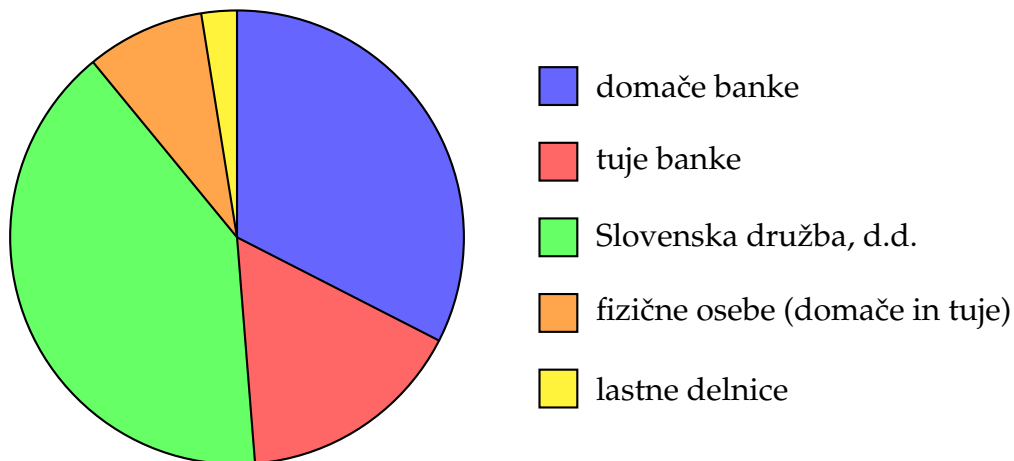
Dovoljena je uporaba žepnega računalja.

Naloge so štiri, vsaka je vredna 20 točk.

Za reševanje imaš na voljo 120 minut. Veliko uspeha!

N1	N2	N3	N4

1. S krožnim diagramom in v tabeli je prikazana lastniška struktura podjetja Rombon, d.d.



Skupina delničarjev	Število delnic	Lastniški delež v %
domače banke	708 936	
tuje banke		
Slovenska družba, d.d.	878 976	40,32
fizične osebe (domače in tuje)	183 556	8,42
	55 154	2,53
Skupaj		100,00

Rezultate zaokroži na dve decimalni mesti.

a) Dopolni tabelo z manjkajočimi podatki.

[5 točk]

b) Kdo ima v lasti največji delež podjetja Rombon, d.d.?

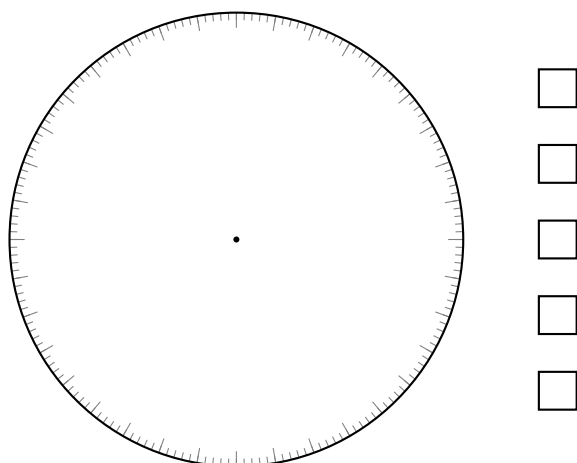
[1 točka]

c) Med delničarji je 9 bank (domačih in tujih skupaj). Banke med sabo lastniško niso povezane in nimajo delnic Slovenske družbe, d.d. Koliko tujih bank je med delničarji, če ima vsaka domača banka v povprečju v lasti 118 156 delnic? Ali ima vsaka tuja banka v povprečju v lasti več delnic podjetja Rombon, d.d., kot domača banka? Odgovor utemelji. [4 točke]

d) Slovenska družba, d.d., se je odločila prodati 500 310 delnic podjetja Rombon, d.d., domačim in tujim bankam. Koliko delnic so skupaj kupile domače banke, če se je njihov lastniški delež v podjetju Rombon, d.d., zvišal za 12,7 odstotne točke? Kolikšen je nov lastniški delež podjetja Rombon, d.d., ki ga imajo v lasti tuje banke? Za koliko odstotnih točk se je znižal lastniški delež, ki ga ima v lasti Slovenska družba, d.d.? [4 točke]

e) Nariši krožni diagram, ki prikazuje novo lastniško strukturo podjetja Rombon, d.d.

Opomba: Daljše črtice označujejo kotne korake po 10°, krajše črtice pa 2°. Za ločevanje kategorij lahko uporabiš različne teksture. [6 točk]



2. Metka in Borut kupujeta stanovanje. Ker nimata dovolj privarčevanih sredstev, bosta na banki najela kredit v višini 50 000 EUR. Odplačala ga bosta s 120 mesečnimi obroki, prvi obrok bo plačan 1 mesec po najemu kredita. Banka uporablja mesečno konformno obrestovanje in 4 % letno obrestno mero.

Rezultate zaokroži na dve decimalni mesti.

a) Določi višino obrokov, če so vsi obroki enaki.

[7 točk]

b) Metka in Borut pričakujeta, da se bodo njuna družina in zato tudi stroški v prihodnosti povečali, zato razmišljata o kreditu z neenakimi anuitetami. Določi višini obrokov, če je prvih 60 obrokov med seboj enakih, višina zadnjih 60 obrokov pa je za polovico nižja od višine prvih 60 obrokov.

[6 točk]

- c) Ker ne vesta, kdaj se bo njuna družina povečala, si želita, da se obroki nižajo postopno. Višina vsakega naslednjega obroka naj bo za 1 % nižja od višine prejšnjega. Določi višini prvega in zadnjega obroka. [7 točk]

3. Na trgu obstajata enoletna brezkuponska ter dveletna kuponska obveznica z letnimi kuponi po 5 % kuponski obrestni meri. Naslednji kupon kuponske obveznice bo izplačan čez natanko eno leto. Obe obveznici imata nominalno vrednost 1000 EUR, cena brezkuponske obveznice je 969 EUR, cena kuponske pa 1015,50 EUR.

- a) Privzemi, da časovno strukturo trenutnih efektivnih obrestnih mer pri zveznem obrestovanju opisuje linearna funkcija

$$R(0, t) = kt + n.$$

S pomočjo cen obveznic določi neznana parametra k in n ter obrestni meri $R(0, 1)$ in $R(0, 2)$. Rezultate v odstotkih zaokroži na dve decimalni mesti. [8 točk]

b) Investitor meni, da se časovna struktura obrestnih mer v prihodnjem letu ne bo spremenila, torej $R(t_1, t_2) = R(0, t_2 - t_1)$ za vse $0 \leq t_1 \leq 1$, ter da bo izdajatelj obveznic čez eno leto izdal novo enoletno brezkuponsko obveznico z nominalno vrednostjo 1000 EUR.

Kolikšen donos in donosnost v dveletnem obdobju ustvari, če danes kupi eno brezkuponsko obveznico, čez eno leto pa z njeno nominalno vrednostjo kupi nove enoletne brezkuponske obveznice? Privzemi, da je možen nakup tisočinke obveznice. Rezultate v evrih ali odstotkih zaokroži na dve decimalni mesti. [4 točke]

c) Investitor iz točke b) lahko danes kupi eno dveletno kuponsko obveznico in nato čez eno leto v novo brezkuponsko obveznico investira samo prejeti kupon. Kolikšen donos in donosnost v dveletnem obdobju ustvari s to investicijsko strategijo? [4 točke]

d) Kakšen portfelj brezkuponskih in kuponskih obveznic naj danes ustvari investitor iz točke b), če želi investirati 15 000 EUR in v dveletnem obdobju ustvariti donosnost v višini 7%? [4 točke]

4. Delnica podjetja BCD, d.d., je bila 6. januarja 2018 vredna 18,11 EUR. Privzemi, da je bila takrat netvegana efektivna obrestna mera pri zveznem obrestovanju enaka 1,80% za vsa dospelja.

a) Kakšnim pogojem je morala ta dan ustrezati premija evropske prodajne opcije na delnico podjetja BCD, d.d., z zapadlostjo 6. oktobra 2018 in izvršilno ceno 18,75 EUR, če na trgu ni bila možna arbitražna? [5 točk]

b) Danes, 6. aprila 2018, je delnica podjetja BCD, d.d., vredna 18,61 EUR, netvegana efektivna obrestna mera pri zveznem obrestovanju pa je še vedno 1,8% za vsa dospelja. Kakšnim pogojem mora danes zadoščati premija evropske nakupne opcije na delnico podjetja BCD, d.d., z zapadlostjo 6. oktobra 2018 in izvršilno ceno 18,75 EUR? Ali je mogoča arbitražna, če se je premija te opcije ustalila pri 7,11 EUR. Če je, opiši arbitražno strategijo. [6 točk]

c) Danes na trgu lahko trgujemo z opcijama iz točk a) in b). Premija opcije iz točke a) je enaka 5,85 EUR. Ali je možna arbitraža? Če je, opiši arbitražno strategijo. [9 točk]

Stran s formulami

Terminski posli

- na delnico, ki ne izplačuje dividend

$$F_t = S_t(1 + R)^{T-t}, \quad K = F_0$$

$$V_t = S_t - K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- na delnico, ki izplačuje dividende

$$F_t = (S_t - I(t, T))(1 + R)^{T-t}, \quad K = F_0$$

$$V_t = (F_t - K)(1 + R)^{-(T-t)}$$

- valutni terminski posel

$$F_t = S_t \frac{(1 + R_d)^{T-t}}{(1 + R_f)^{T-t}}, \quad K = F_0$$

$$V_t = N(S_t(1 + R_f)^{-(T-t)} - K(1 + R_d)^{-(T-t)})$$

- dogovor o terminski obrestni meri

$$R(t, S, T) = \frac{1}{T - S} \left(\frac{1 + R(0, T) \cdot (T - t)}{1 + R(0, S) \cdot (S - t)} - 1 \right), \quad K = R(0, S, T)$$

$$V_t = \frac{N \cdot (R(t, S, T) - K) \cdot (T - S)}{1 + R(t, T) \cdot (T - t)}$$

Opcije

- izplačilo ob zapadlosti

$$C_T = \max\{S_T - K, 0\}$$

$$P_T = \max\{K - S_T, 0\}$$

- premija v času t , če delnica ne izplačuje dividend

$$\max\{S_t - K(1 + R)^{-(T-t)}, 0\} \leq c_t \leq S_t$$

$$\max\{K(1 + R)^{-(T-t)} - S_t, 0\} \leq p_t \leq K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- pariteta evropskih opcij, če delnica ne izplačuje dividend

$$p_t + S_t = c_t + K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- premija v času t , če delnica izplačuje dividende

$$\max\{S_t - K(1 + R)^{-(T-t)} - I(t, T), 0\} \leq c_t \leq S_t - I(t, T)$$

$$\max\{K(1 + R)^{-(T-t)} - S_t + I(t, T), 0\} \leq p_t \leq K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- pariteta evropskih opcij, če delnica izplačuje dividende

$$p_t + S_t - I(t, T) = c_t + K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- evropske in ameriške opcije

$$c_t^E \leq c_t^A, \quad p_t^E \leq p_t^A$$

1. skupina: Poslovna matematika - rešitve

1. NALOGA

Pekarna ima tri proizvodne linije. Na vsaki je zaposlenih 12 pekov, ki so v ponedeljek spekli 1840 kg kruha in drobnega pekovskega peciva.

- a) Koliko kg kruha in peciva bodo spekli v torek, če se je število pekov na vsaki proizvodni liniji zmanjšalo za tretjino? Upoštevajte, da se je storilnost pekov zaradi okvare peči zmanjšala za 10 %.

4 točke

Izračun števila pekov (ponedeljek) = $12 \cdot 3 = \underline{36 \text{ pekov}}$

Izračun števila pekov (torek) = $36 - \left(\frac{1 \cdot 36}{3}\right) = \underline{24 \text{ pekov}}$

36 pekov	1.840 kg	100 %
↑	↑	↑
24 pekov	x kg	90 %

$$x = \frac{1.840 \cdot 24 \cdot 90}{36 \cdot 100} = \underline{1.104 \text{ kg}}$$

Odg.: V torek bodo spekli 1.104 kg kruha in peciva.

- 1 točka izračun števila pekov (ponedeljek in torek)
- 1 točka zapis podatkov (sklepna shema)
- 1 točka določitev vrste sorazmerij in zapis ulomka
- 1 točka izračun vrednosti neznanke

- b) Za razvoz kruha in peciva ima pekarna na voljo štiri kombije. Ponedeljkovo količino sta razvozila dva kombija, in sicer vsak polovico. Koliko kg kruha in peciva je bilo natovorjenih v vsakem kombiju v ponedeljek?

Koliko kg kruha in peciva bo natovorjenih v vsakem kombiju v sredo, ko bo celotna količina za 70 % večja od ponedeljkove in jo bodo razvozili s štirimi kombiji, vsak enako proizvedeno količino?

3 točke

Izračun ponedeljkove količine na kombi = $\frac{1 \cdot 1840}{2} = \underline{920 \text{ kg}}$

Izračun količine kruha in peciva (sreda) = $\left(1.840 + \frac{70 \cdot 1840}{100}\right) = \underline{3.128 \text{ kg}}$ ali $(1.840 \cdot 1,7) = \underline{3.128 \text{ kg}}$

Izračun sredine količine na kombi = $\frac{3.128}{4} = \underline{782 \text{ kg}}$

- 1 točka izračun q kruha in peciva na kombi ponedeljek
- 1 točka izračun q kruha in peciva sreda
- 1 točka izračun q kruha in peciva na kombi sreda

2. NALOGA

Ministrstvo za kmetijstvo je v letu 2017 odobrilo 40.000,00 EUR nepovratnih sredstev za kmete, ki so utrpeli škodo zaradi toče. Med štiri kmetije, za katere imamo naslednje podatke:

Kmetija	Katastrski dohodek v EUR	Ocenjena škoda v EUR
Arh	54.000,00	12.000,00
Ban	72.000,00	9.600,00
Cot	36.000,00	14.400,00
Dimc	108.000,00	12.000,00

a) razdelite sredstva premo sorazmerno ocenjeni škodi.

1 točka

$$\begin{aligned}
 a + b + c + d &= 40.000,00 \\
 a : b : c : d &= 12.000,00 : 9.600,00 : 14.400,00 : 12.000,00 \quad / : 2.400,00 \\
 & \quad \quad \quad 5 \quad : \quad 4 \quad : \quad 6 \quad : \quad 5 \\
 5x + 4x + 6x + 5x &= 40.000,00 \\
 20x &= 40.000,00 \\
 \mathbf{x} &= \mathbf{2.000,00} \\
 \text{Arh} = 5x &= \mathbf{10.000,00 \text{ EUR}} \\
 \text{Ban} = 4x &= \mathbf{8.000,00 \text{ EUR}} \\
 \text{Cot} = 6x &= \mathbf{12.000,00 \text{ EUR}} \\
 \text{Dimc} = 5x &= \mathbf{10.000,00 \text{ EUR}}
 \end{aligned}$$

1 točka izračun deležev premo sorazmerno ocenjeni škodi

b) razdelite sredstva obratno sorazmerno s katastrskim dohodkom.

1 točka

$$\begin{aligned}
 a + b + c + d &= 40.000,00 \\
 a : b : c : d &= \frac{1}{54000} : \frac{1}{72000} : \frac{1}{36000} : \frac{1}{108000} \quad / * 216000 \\
 a : b : c : d &= 4 : 3 : 6 : 2 \\
 4x + 3x + 6x + 2x &= 40.000,00 \\
 15x &= 40.000,00 \\
 \mathbf{x} &= \mathbf{2.666,666666} \\
 \text{Arh} = 4x &= \mathbf{10.666,67 \text{ EUR}} \\
 \text{Ban} = 3x &= \mathbf{8.000,00 \text{ EUR}} \\
 \text{Cot} = 6x &= \mathbf{16.000,00 \text{ EUR}} \\
 \text{Dimc} = 2x &= \mathbf{5.333,33 \text{ EUR}}
 \end{aligned}$$

1 točka izračun deležev obratno sorazmerno s katastrskim dohodkom

- c) razdelite sredstva premo sorazmerno ocenjeni škodi in hkrati obratno sorazmerno s katastrskim dohodkom.

1 točka

$$a + b + c + d = 40.000,00$$

$$a : b : c : d = (5 \cdot 4) : (4 \cdot 3) : (6 \cdot 6) : (5 \cdot 2)$$

$$20 : 12 : 36 : 10 \quad / (:2)$$

$$10 : 6 : 18 : 5$$

$$39x = 40.000,00$$

$$\underline{\underline{x = 1.025,641026}}$$

$$\text{Arh} = 10x = \underline{\underline{10.256,41 \text{ EUR}}}$$

$$\text{Ban} = 6x = \underline{\underline{6.153,85 \text{ EUR}}}$$

$$\text{Cot} = 18x = \underline{\underline{18.461,54 \text{ EUR}}}$$

$$\text{Dimc} = 5x = \underline{\underline{5.128,20 \text{ EUR}}}$$

1 točka izračun deležev po obeh kriterijih hkrati

- d) razdelite sredstva tako, da dobi kmetija Arh 20 % več sredstev kot kmetija Ban, kmetija Cot 40 % manj sredstev kot kmetija Arh in kmetija Dimc 1,5-krat toliko sredstev kot kmetija Cot.

3 točke

$$a + b + c + d = 40.000,00$$

Arh	1,2b	1,2 x	12.000,00 EUR
Ban	x	x	10.000,00 EUR
Cot	0,6a	0,72 x	7.200,00 EUR
Dimc	1,5c	1,08 x	10.800,00 EUR

$$1,2x + x + 0,72x + 1,08x = 40.000,00$$

$$4x = 40.000,00$$

$$\underline{\underline{x = 10.000,00}}$$

1 točka izračun deležev posameznih kmetij
 1 točka nastavitve enačbe in izračun x
 1 točka izračun deležev za posamezne kmetije

- e) Za koliko % več ali manj sredstev dobi kmetija Cot od kmetije Arh? Pri izračunu upoštevajte podatke iz točke c).

1 točka

$$\text{Arh} = 10.256,41 \text{ EUR}$$

$$\text{Cot} = 18.461,54 \text{ EUR}$$

$$\text{Razlika} = 8.205,13 \text{ EUR}$$

X %	8.205,13 EUR
10.256,41 EUR	100 %
$X = \frac{8.205,13 \cdot 100}{10.256,41} = \underline{\underline{80,00 \%}}$	

Odg.: Kmetija Cot dobi za 80 % **več** sredstev kot kmetija Arh.

1 točka izračun % in odgovor

3. NALOGA

Družina Kos se že nekaj čas odloča za nakup jadrnice. Všeč jim je jadrnica, ki je imela prvotno ceno 81.000,00 EUR. Lastnik je zaradi potrebnih popravil znižal ceno za 13 %. Ker ni bilo kupcev, se je odločil, da bo sam opravil popravila. Zato je sledila podražitev jadrnice za x %, nato ponovno podražitev še za 15 %. Bodoči kupec bi moral poravnati tudi stroške dodatnih storitev v višini 2.650,00 EUR, tako da bi na koncu moral plačati za jadrnico skupaj s stroški 127.883,40 EUR?

a) Kolikšna je bila neznana podražitev v %?

4 točke

	C = 81.000,00 EUR	
- 13 % pocenitev	C ₁ = 70.470,00 EUR	1 točka
+ x % podražitev	(Izračun*)	1 točka
C ₂ = 108.898,61 EUR		1 točka
+ 15 % podražitev	C ₃ = 125.233,40 EUR	1 točka
+ stroški dodatnih storitev = 2.650,00 EUR		
C ₄ = 127.883,40 EUR		

Izračun*

$$C_1 = 70.470,00 \text{ EUR}$$

$$C_2 = 108.898,61 \text{ EUR}$$

$$d = 38.428,61 \text{ EUR}$$

X %	38.428,61 EUR	100 %
70.470,00 EUR		100 %
$X = \frac{38.428,61 \cdot 100}{70.470,00} = \underline{\underline{54,53 \%}}$		

1 točka izračun C₁

1 točka izračun C₃

1 točka izračun C₂

1 točka izračun x % podražitev

b) Kolikšna je bila skupna pocenitev ali podražitev v %?

1 točka

$$C = 81.000,00 \text{ EUR}$$

$$C_3 = 125.233,40 \text{ EUR}$$

$$d = 44.233,40 \text{ EUR}$$

$$\text{ali } ((0,87 \cdot 1,5453 \cdot 1,15) - 1) \cdot 100 = 54,61 \%$$

X %	44.233,40 EUR	100 %
81.000,00 EUR		100 %
$X = \frac{44.233,40 \cdot 100}{81.000,00} = \underline{\underline{54,61 \%}}$		

Odg.: Skupna podražitev je bila 54,61 %.

1 točka izračun skupne podražitve v % in odgovor

c) Izrazite stroške dodatnih storitev v % od cene po zadnji podražitvi.

1 točka

X %	2.650,00 EUR
125.233,40 EUR	100 %

$$X = \frac{2.650,00 \cdot 100}{125.233,40} = \underline{\underline{2,12 \%}}$$

1 točka izračun odstotka stroška dodatnih storitev

d) Za koliko % bi se morala jadrnica 3-krat zapored podražiti za enak odstotek, da bi bila končna cena te jadrnice 95.000,00 EUR. Upoštevajte, da je začetna cena jadrnice 81.000,00 EUR?

1 točka

$$81.000,00 \cdot r^3 = 95.000,00$$

$$81.000,00 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3 = 95.000,00$$

$$p = \left(\sqrt[3]{\frac{95.000,00}{81.000,00}} - 1\right) \cdot 100$$

$$\underline{\underline{p = 5,46 \%}}$$

1 točka izračun odstotka

4. NALOGA

Družina Kos varčuje še za nakup stanovanja. Prihranila je že 55.680,00 EUR in jih hrani na bančnem računu.

- a) Po kakšni letni obrestni meri bi se morala obrestovati privarčevana sredstva 11,5 leta, da bi se povečala za 75 % pri polletni kapitalizaciji, dekurzivnem obrestovanju in relativni obrestni meri?

3 točke

$$\begin{aligned} G_0 &= 55.680,00 \text{ EUR} \\ G_n &= 55.680,00 \cdot 1,75 = 97.440,00 \text{ EUR} \\ n &= 11,5 \text{ let} \\ m &= \underline{2} \\ p &= x \% \end{aligned}$$

$$G_n = G_0 \times r^{(n \cdot m)}$$

$$r' = \sqrt[n \cdot m]{\frac{G_n}{G_0}}$$

$$r' = \sqrt[23]{\frac{97440}{55680}}$$

$$\underline{r' = 1.024629538}$$

$$p = (r' - 1) \cdot 100 \cdot m = (r' - 1) \cdot 200 = \underline{4,93 \%}$$

1 točka izračun G_n , nastavitev enačbe za izračun obrestne mere
 1 točka vstavitve podatkov in izračun obrestovalnega faktorja
 1 točka izračun letne obrestne mere

- b) Družini Kos poleg privarčevanih 55.680,00 EUR za nakup stanovanja manjka še 10 % sredstev. Koliko časa bi morala biti v banki vezana privarčevana sredstva, če banka obrestuje vloge po 4-% letni obrestni meri z dnevno kapitalizacijo, da bi družina zbrala dovolj denarja za nakup stanovanja, če je obrestna mera konformna? Čas izrazite v letih in dnevih.

2 točki

$$\begin{aligned} G_0 &= 55.680,00 \text{ EUR} \\ p &= 4 \% \\ G_n &= 55.680,00 \cdot 1,1 = 61.248,00 \text{ EUR} \\ m &= \underline{365} \\ n &= x \text{ let, dni} \end{aligned}$$

$$r = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{4}{100} = \underline{1,04}$$

$$G_n = G_0 \times r^n$$

$$n = \frac{\log \frac{G_n}{G_0}}{\log r} = \frac{\log \left(\frac{61.248,00}{55.680,00} \right)}{\log 1,04} = \underline{2,43 \text{ let}} \rightarrow \text{tj. 2 leti in 157 dni}$$

Odgovor: Privarčevani denar bi morala družina vezati v banki za 2 leti in 157 dni.

1 točka izračun G_n , nastavitev enačbe za izračun časa in vstavitve podatkov
 1 točka izračun časa obrestovanja in odgovor v letih, dnevih

- c) Kolikšna bi bila privarčevana sredstva družine, če bi se obrestovala le 5 let po 4- % letni obrestni meri, četrtletni kapitalizaciji z relativno obrestno mero in dekurzivnim obrestovanjem?

2 točki

$$G_0 = 55.680,00 \text{ EUR}$$

$$p = 4 \%$$

$$n = 5 \text{ let}$$

$$m = 4$$

$$G_n = x \text{ EUR}$$

$$p' = \frac{p}{m} = \frac{4}{4} = 1 \%$$

$$r' = 1 + \frac{p'}{100} = 1 + \frac{1}{100} = \underline{1,01} \quad \text{ali} \quad r' = 1 + \frac{p'}{100 \cdot m} = 1 + \frac{4}{100 \cdot 4} = 1,01$$

$$G_n = G_0 \cdot r'^{(n \cdot m)}$$

$$G_n = 55.680,00 \cdot 1,01^{(5 \cdot 4)} = \underline{\underline{67.940,18 \text{ EUR}}}$$

1 točka izračun r'

1 točka izračun končne glavnice



16. državno tekmovanje v znanju poslovne in
finančne matematike ter statistike za srednje šole

Slovenska Bistrica, 6. april 2018

2. skupina: **Statistika – rešitve**

1. NALOGA

Čokolada je prehrambeni izdelek, narejen iz kakava. Naj bo rjava, črna ali bela, z lešniki, karamelo, mlečna..., nihče se ne more upreti tej sladki razvadi.

Tabela 1: **Največji proizvajalci čokolade na svetu po vrednosti prodaje in strukturnih odstotkih v letu 2014**

Proizvajalec	Prodaja v milijonih USD	Strukturni delež v %
Mars Inc (ZDA)	18.478	24,47
Mondelēz International (ZDA)	14.350	19,00
Ferrero Group (Luksemburg/Italija)	10.911	14,45
Nestlé SA (Švica)	10.451	13,84
Meiji Co Ltd (Japonska)	9.818	13,00
Hershey Foods Corp (ZDA)	7.483	9,91
Chocoladenfabriken Lindt & Sprüngli AG (Švica)	4.021	5,33
Skupaj	75.512	100,00

Vir: <https://sl.wikipedia.org/wiki/Čokolada>

- a) Dopolnite tabelo tako, da izračunate vrednosti prodaje posameznega proizvajalca v milijonih ameriških dolarjev ali izračunate strukturni delež posameznega proizvajalca, izražen v strukturnih odstotkih. (*Prodajo v milijonih ameriških dolarjev zaokrožite na cela števila, strukturne odstotke pa na dve decimalni mesti natančno in jih vpišite v zgornjo tabelo.*)

4 točke

- 2 točki za pravilno izračunano prodajo v milijonih USD
- 2 točki za pravilne izračunane strukturne odstotke
- 1 točka manj, če strukturni odstotki niso zaokroženi na 100 odstotkov

- b) Pri nas je zelo priljubljena čokolada Milka, ki originalno izvira iz Švice in je od leta 1990 v lastništvu druge največje proizvajalke čokolade Mondelez International iz ZDA. Na trgu je po nekaterih podatkih okoli 45 različnih različic te čokolade: mlečna, jagodna z oreščki idr. Vsaka vrsta ima nekoliko drugačno sestavo, odvisno od dodatkov. Na spletni strani lahko najdemo podatke o sestavinah v 100-gramski mlečni čokoladi Milka.

Tabela 2: Povprečne hranilne vrednosti posameznih sestavin v 100-gramski tablici mlečne čokolade Milka

Povprečna hranilna vrednost na 100 g:	100 g
Energijska vrednost	2213 kj / 530 kcal
Maščobe	29 g
- od tega nasičene maščobe	18 g
Ogljikovi hidrati	59 g
- od tega sladkorji	58 g
Prehranske vlaknine	1,8 g
Beljakovine	6,3 g
Sol	0,4 g
Ostalo	3,5 g

Vir: <http://www.kompas-shop.si/sl/Cokolade/Milka--mlecna-cokolada>

Ana je kupila 270-gramsko čokolado Milka in želi ugotoviti, koliko je v njej posameznih sestavin. Pomagajte ji izračunati energijske vrednosti posameznih sestavin v 270-gramski tablici čokolade, če poznate podatke o sestavinah v 100-gramski čokoladi in veste, da je struktura čokolade enaka tako pri 100-gramski kot pri 270-gramski čokoladi. (Rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti natančno in jih zapišite v spodnjo tabelo.)

3 točke

Tabela 3: Povprečne hranilne vrednosti posameznih sestavin v 270-gramski tablici mlečne čokolade Milka

Povprečna hranilna vrednost na 270 g:	270 g
Maščobe	78,30
Ogljikovi hidrati	159,30
Prehranske vlaknine	4,86
Beljakovine	17,01
Sol	1,08
Ostalo	9,45

3 točke za vse pravilno izračunane vrednosti posameznih sestavin

2 točki v primeru 1 napake

1 točka v primeru 2 napak

2. NALOGA

V občini Mala vas poznamo za obdobje zadnjih treh let nekatere podatke o številu zaposlenih za nedoločen čas in številu iskalcev zaposlitve.

Tabela 4: Zaposleni in iskalci zaposlitve po četrtletjih leta 2016 v občini Mala vas

Obdobje	Število zaposlenih	Število iskalcev zaposlitve
1. četrletje	5945	18
2. četrletje	5824	20
3. četrletje	6212	87
4. četrletje		107

Vir: izmišljeni podatki

- a) Izračunajte število iskalcev zaposlitve na 1000 zaposlenih za prva tri četrletja. (*Rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti natančno*).

2 točki

$$K = \frac{\text{število iskalcev zaposlitve}}{\text{število zaposlenih}} * 1000$$

1. četrletje $K = 3,03$ iskalca zaposlitve/1000 zaposlenih
2. četrletje $K = 3,43$ iskalca zaposlitve/1000 zaposlenih
3. četrletje $K = 14,01$ iskalca zaposlitve/1000 zaposlenih

2 točki vsi pravilno izračunani koeficienti za vsa 3 četrletja

1 točka v primeru 1 napake

- b) Izračunajte število zaposlenih v 4. četrletju, če je znan podatek, da je bilo v zadnjem četrletju 17 iskalcev zaposlitve na 1000 zaposlenih. (*Število zaposlenih zaokrožite na celo število*).

2 točki

$$17 = \frac{\text{št. iskalcev zaposlitve}}{\text{št. zaposlenih}} \times 1000$$

$$17 = \frac{107}{\text{št. zaposlenih}} \times 1000$$

Število zaposlenih je 6294.

1 točka za pravilno nastavljeno enačbo

1 točka za pravilen izračun števila zaposlenih

- c) Občino Mala vas je v prvem polletju leta 2016 obiskalo 2350 turistov, od tega 68 % tujih, v drugem poletju pa samo 125 turistov, od tega 12 % tujih.
- Za obe polletji izračunajte število tujih turistov na 100 vseh turistov.
(Rezultate zaokrožite na celo število).

1 točka

1.polletje: $K = \frac{\text{št.tujih turistov}}{\text{št. vseh turistov}} \cdot 100 = \frac{1598}{2350} \cdot 100 = 68$ *tujih turistov na 100 turistov*

2.polletje: $K = \frac{\text{št.tujih turistov}}{\text{št. vseh turistov}} \cdot 100 = \frac{15}{125} \cdot 100 = 12$ *tujih turistov na 100 turistov*

1 točka za pravilno nastavljeno enačbo

1 točka za pravilen izračun statističnega koeficienta za obe polletji

- Za obe polletji izračunajte še število tujih turistov na 100 domačih turistov.
(Rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti natančno).

2 točki

1.polletje:

$$K = \frac{\text{št. tujih turistov}}{\text{št. domačih turistov}} \cdot 100 = \frac{1598}{752} \cdot 100 = 212,5$$
 tujih turistov na 100 domačih turistov

2.polletje:

$$K = \frac{\text{št. tujih turistov}}{\text{št. domačih turistov}} \cdot 100 = \frac{15}{110} \cdot 100 = 13,64$$
 tujih turistov na 100 domačih turistov

1 točka za pravilno izračunano število domačih in tujih turistov

1 točka za pravilen izračun statističnih koeficientov za obe polletji

3. NALOGA

V letu 2016 je bilo v turističnih nastanitvenih objektih v Sloveniji zabeleženih več kot 4,3 milijona prihodov turistov (tj. prihodov domačih in tujih turistov skupaj). Prihodov domačih turistov smo v letu 2016 našli skoraj 1,3 milijona, prihodov tujih turistov pa 3 milijone. Od tujih turistov, ki so v letu 2016 obiskali Slovenijo, je bilo največ turistov iz naslednjih držav: iz Italije 17 %, iz Avstrije in Nemčije po 10 %, iz Hrvaške 5 % in iz Republike Koreje 4 %.

- a) Izračunajte število prihodov tujih turistov iz omenjenih držav. (Rezultate zaokrožite na celo število in jih vpišite v spodnjo tabelo).

2 točki

Tabela 5: **Prihodi tujih turistov po državah v Sloveniji v letu 2016**

Država	Število prihodov tujih turistov
Italija	510.000
Avstrija	300.000
Nemčija	300.000
Hrvaška	150.000
Republika Koreja	120.000

2 točki za vse pravilno izračunane vrednosti prihodov turistov
1 točka v primeru 1 napake

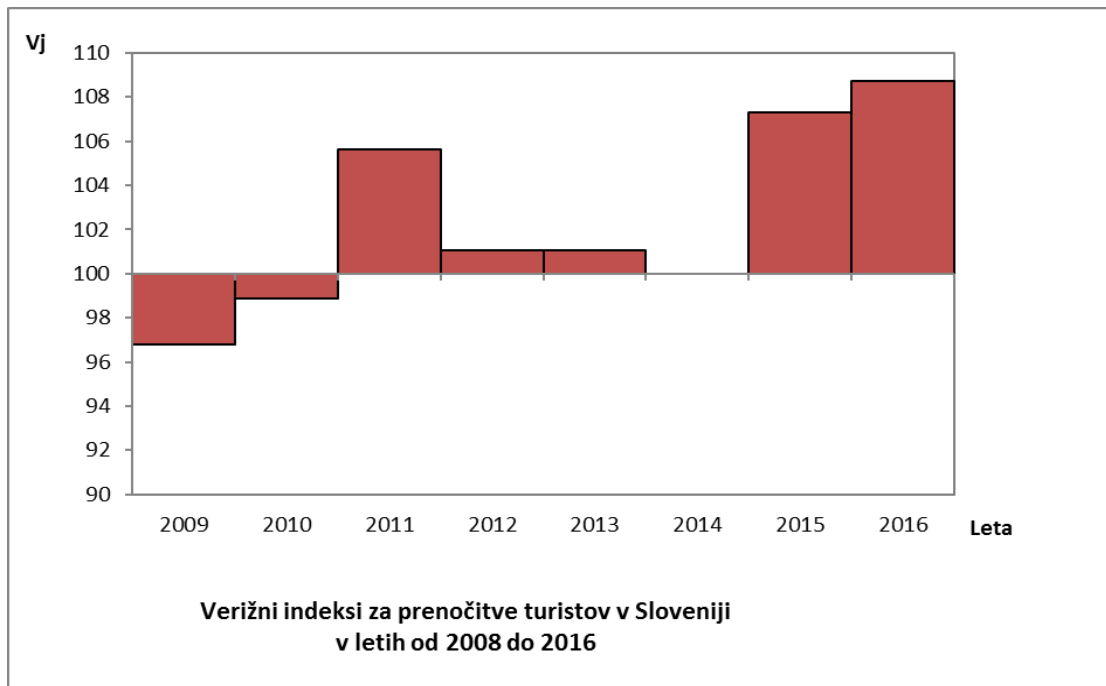
- b) Tabela 6 prikazuje stopnje rasti za prenočitve turistov v Sloveniji v letih od 2008 do 2016.

- Stopnje rasti izrazite v obliki verižnih indeksov. (Rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti natančno).
- Izračunane verižne indekse prikažite grafično.

3 točke

Tabela 6: **Stopnje rasti za prenočitve turistov v Sloveniji v letih od 2008 do 2016**

Leto	Stopnje rasti za prenočitve turistov	V_j	Število prenočitev turistov v milijonih
2008	-	-	9,3
2009	-3,23	96,77	9,0
2010	-1,11	98,89	8,9
2011	5,62	105,62	9,4
2012	1,06	101,06	9,5
2013	1,05	101,05	9,6
2014	0	100,00	9,6
2015	7,29	107,29	10,3
2016	8,74	108,74	11,2



- 1 točka za pravilno izračunane verižne indekse
- 2 točki za pravilno grafično prikazane verižne indekse
- 1 točka, če v grafikonu manjka več stvari hkrati

- Izračunajte število prenočitev turistov v Sloveniji po letih, če vemo, da je bilo leta **2012 9,5 milijona prenočitev turistov**. (Rezultate zaokrožite na 1 decimalno mesto natančno in jih vpišite v prazni stolpec v tabeli 6.)

2 točki

- 2 točki za vse pravilno izračunane vrednosti števila prenočitev tujih turistov
- 1 točka v primeru 1 napake

4. NALOGA

Štirje dijaki so igrali igro Človek ne jezi se. Igralno kocko so vrgli 200-krat. Pri tem so zabeležili naslednje rezultate: 35-krat so vrgli po 1 piko, 25-krat po 2 piki, v 20 odstotkov metih po 3 pike, v osmini metov po 4 pike, v 30 metih po 5 pik, v preostalih metih pa po 6 pik.

a) Sestavite frekvenčno porazdelitev metov po številu vrženih pik na kocki.

Tabela 7: **Frekvenčna porazdelitev metov po številu pik pri igri človek ne jezi se**

Število padlih pik	Absolutna frekvenca f_i	f_j %	Ločne stopinje
1 pika	35	17,5	63
2 piki	25	12,5	45
3 pike	40	20,0	72
4 pike	25	12,5	45
5 pik	30	15,0	54
6 pik	45	22,5	81
Skupaj	200	100,0	360

2 točki

2 točki za vse pravilno izračunane frekvence
1 točka v primeru 1 napake

b) Pri koliko odstotkih metov je bilo vrženih 6 pik?

$$45/200 \cdot 100 = 22,5 \% \text{ metov}$$

c) Katero je bilo najpogostejše število vrženih pik?

1 točka

Najpogostejše število vrženih pik je bilo 6 pik, vrženih je bilo 45-krat.

1 točka za oba pravilna odgovora pod točko b in c

d) Kolikšno je bilo povprečno število doseženih pik pri igri Človek ne jezi se?

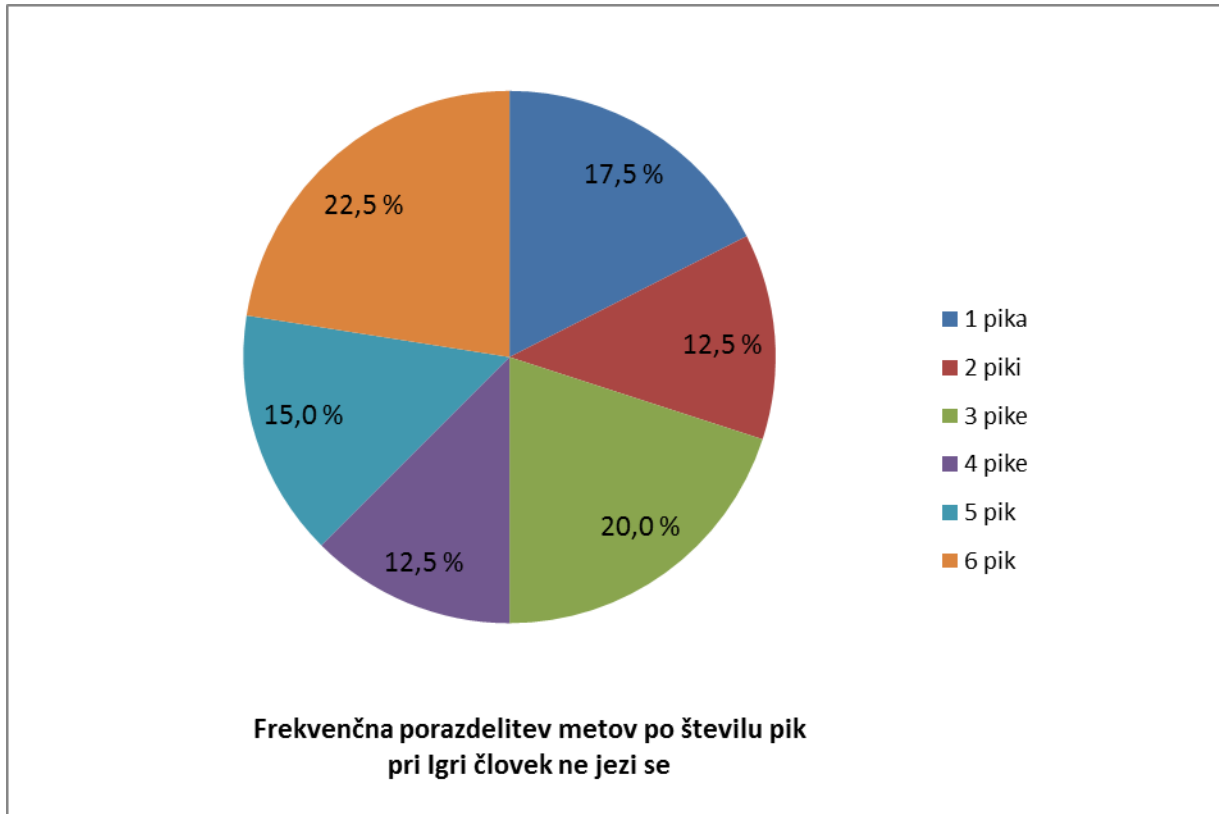
1 točka

$$M = \frac{35 \cdot 1 + 25 \cdot 2 + 40 \cdot 3 + 25 \cdot 4 + 30 \cdot 5 + 45 \cdot 6}{200} = 3,6 \text{ pik}$$

1 točka za pravilno izračunano povprečno število doseženih pik

e) Pogostost padlega števila pik pri metih grafično prikažite s strukturnim krogom.

3 točke

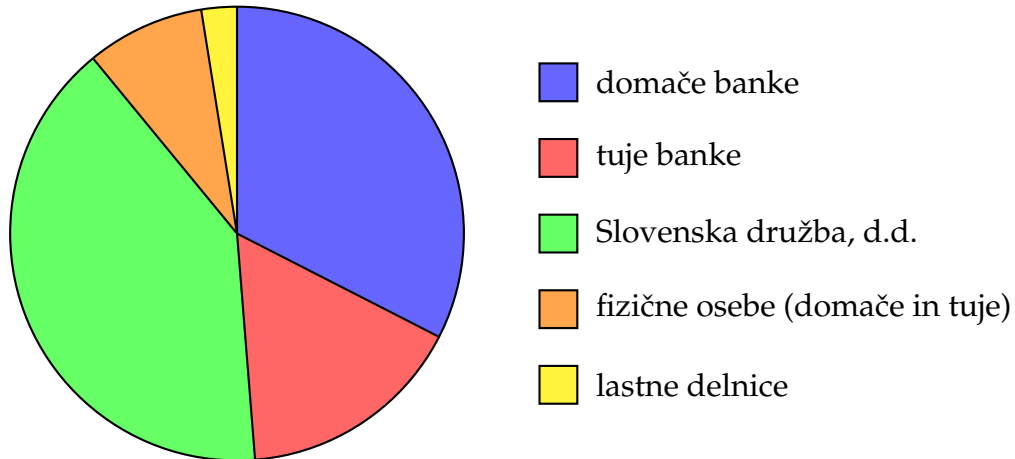


3 točke za pravilno grafično prikazan strukturni krog
2 točki, če manjka naslov ali oznake osi ali legenda ali vir
1 točka, če manjka več stvari hkrati

Rešitve in točkovnik

Točke z zvezdico so postopkovne točke in jih tekmovalec dobi tudi ob prenosu napake. Točke brez zvezdice tekmovalec dobi le ob popolnem ujemanju rezultatov z objavljenimi rešitvami.

1. S krožnim diagramom in v tabeli je prikazana lastniška struktura podjetja Rombon, d.d.



Skupina delničarjev	Število delnic	Lastniški delež v %
domače banke	708 936	32,52
tuje banke	353 378	16,21
Slovenska družba, d.d.	878 976	40,32
fizične osebe (domače in tuje)	183 556	8,42
lastne delnice	55 154	2,53
Skupaj	2 180 000	100,00

Rezultate zaokroži na dve decimalni mesti.

a) Dopolni tabelo z manjkajočimi podatki.

[5 točk]

Rešitev

V prvem stolpcu je manjkajoča postavka *lastne delnice*.

Delež delnic, ki jih imajo v lasti domače banke, lahko dobimo s križnim računom. Upoštevamo, da 878 976 delnic Slovenske družbe predstavlja 40,32 % lastniški delež, zato 708 936 delnic, ki so v lasti domačih bank, predstavlja lastniški delež

$$\frac{708\,936 \cdot 40,32\%}{878\,976} = 32,52\%.$$

Delež delnic, ki jih imajo v lasti tuje banke, določimo tako, da je vsota deležev enaka 100 %. Lastniški delež tujih bank znaša 16,21 %.

Število delnic, ki jih imajo v lasti tuje banke, dobimo s križnim računom

$$\frac{16,21 \% \cdot 878\,976}{40,32 \%} = 353\,378.$$

Skupno število delnic je zato enako 2 180 000.

Točkovanje

Vsak pravilen odgovor v tabeli je vreden 1 točko, torej skupaj 5 točk.

- b) Kdo ima v lasti največji delež podjetja Rombon, d.d.? [1 točka]

Rešitev

Največji delež ima v lasti Slovenska družba.

Točkovanje

Pravilen odgovor 1 točka.

- c) Med delničarji je 9 bank (domačih in tujih skupaj). Banke med sabo lastniško niso povezane in nimajo delnic Slovenske družbe, d.d. Koliko tujih bank je med delničarji, če ima vsaka domača banka v povprečju v lasti 118 156 delnic? Ali ima vsaka tuja banka v povprečju v lasti več delnic podjetja Rombon, d.d., kot domača banka? Odgovor utemelji. [4 točke]

Rešitev

Med delničarji je $\frac{708\,936}{118\,156} = 6$ domačih bank.

Med delničarji je $9 - 6 = 3$ tujih bank.

V povprečju ima vsaka tuja banka $\frac{353\,378}{3} = 117\,792,67$ delnice.

Tuje banke imajo v povprečju v lasti manj delnic kot domače banke.

Točkovanje

Izračun števila domačih bank med delničarji 1 točka.

Izračun števila tujih bank med delničarji 1 točka.

Izračun povprečnega števila delnic ene tuje banke 1* točka.

Pravilen odgovor na zadnje vprašanje 1 točka.

- d) Slovenska družba, d.d., se je odločila prodati 500 310 delnic podjetja Rombon, d.d., domačim in tujim bankam. Koliko delnic so skupaj kupile domače banke, če se je njihov lastniški delež v podjetju Rombon, d.d., zvišal za 12,7 odstotne točke? Kolikšen je nov lastniški delež podjetja Rombon, d.d., ki ga imajo v lasti tuje banke? Za koliko odstotnih točk se je znižal lastniški delež, ki ga ima v lasti Slovenska družba, d.d.? [4 točke]

Rešitev

Lastniški delež domačih bank se je zvišal za 12,7 odstotne točke, če so skupaj kupile 12,7 % vseh delnic podjetja Rombon.

Domače banke so kupile $2\,180\,000 \cdot 12,7 \% = 276\,860$ delnic.

Tuje banke so kupile $500\,310 - 276\,860 = 223\,450$ delnic.

Po transakciji imajo tuje banke v lasti $223\,450 + 353\,378 = 576\,828$ delnic, kar je $\frac{576\,828}{2\,180\,000} = 26,46 \%$ vseh delnic.

Lastniški delež Slovenske družbe se je (absolutno) znižal za $\frac{500\,310}{2\,180\,000} = 22,95\%$, torej za 22,95 odstotnih točk.

Točkovanje

Izračun števila delnic, ki so jih kupile domače banke, 1* točka.

Izračun novega lastniškega deleža, ki ga imajo v lasti tuje banke, 1+1* točka.

Izračun spremembe lastniškega deleža Slovenske družbe 1 točka.

e) Nariši krožni diagram, ki prikazuje novo lastniško strukturo podjetja Rombon, d.d.

Opomba: Daljše črtice označujejo kotne korake po 10° , krajše črtice pa 2° . Za ločevanje kategorij lahko uporabiš različne teksture. [6 točk]

Rešitev

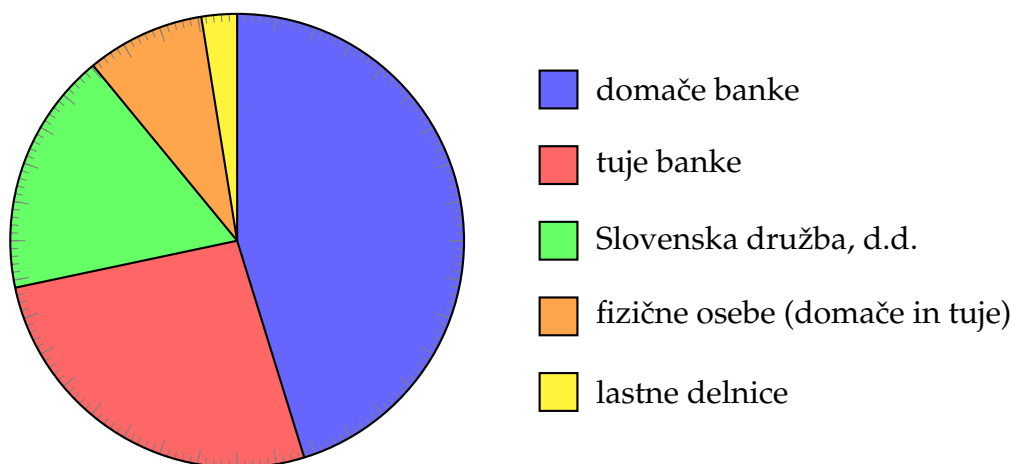
Nov delež domačih bank znaša $32,52\% + 12,7\% = 45,22\%$, kar v krožnem diagramu predstavimo s kotom $45,22\% \cdot 360^\circ \approx 163^\circ$.

Nov delež tujih bank znaša $26,46\%$, kar v diagramu predstavimo s kotom $\approx 95^\circ$.

Nov delež Slovenske družbe znaša $40,32\% - 22,95\% = 17,37\%$, kar v diagramu predstavimo s kotom $\approx 63^\circ$.

Delež fizičnih oseb znaša $8,42\%$, kar v diagramu predstavimo s kotom $\approx 30^\circ$.

Delež lastnih delnic znaša $2,53\%$, kar v diagramu predstavimo s kotom $\approx 9^\circ$.



Točkovanje

Izračun novega deleža domačih bank in Slovenske družbe 1+1 točka.

Krožni diagram 2+2* točki.

2. Metka in Borut kupujeta stanovanje. Ker nimata dovolj privarčevanih sredstev, bosta na banki najela kredit v višini 50 000 EUR. Odplačala ga bosta s 120 mesečnimi obroki, prvi obrok bo plačan 1 mesec po najemu kredita. Banka uporablja mesečno konformno obrestovanje in 4 % letno obrestno mero.

Rezultate zaokroži na dve decimalni mesti.

- a) Določi višino obrokov, če so vsi obroki enaki.

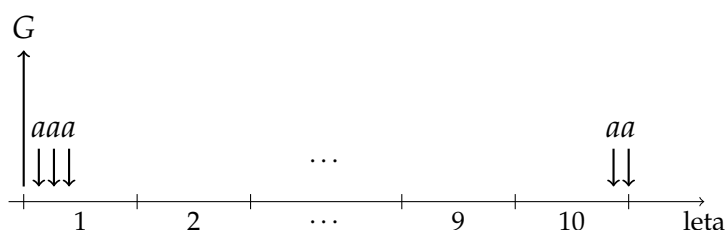
[7 točk]

Rešitev

Danes prejmemo glavnico kredita $G = 50\,000$ EUR.

Dolg je poplačan v 120 obrokih, višino posameznega obroka označimo z a .

Denarne tokove kredita prikazuje spodnja shema.



Mesečni obrestni faktor je $r = \sqrt[12]{1 + \frac{p}{100}} = \sqrt[12]{1,04}$.

Redukcijski termin postavimo na trenutek zadnjega obroka.

Z načelom ekvivalence glavnice dobimo

$$Gr^{120} = ar^{119} + ar^{118} + ar^{117} + \dots + ar + a$$

$$Gr^{120} = a(r^{119} + r^{118} + \dots + r + 1)$$

$$Gr^{120} = a \cdot \frac{r^{120} - 1}{r - 1}$$

$$a = Gr^{120} \cdot \frac{r - 1}{r^{120} - 1}$$

$$a = 50\,000 \cdot 1,04^{10} \cdot \frac{\sqrt[12]{1,04} - 1}{1,04^{10} - 1}$$

$$a = 504,53 \text{ EUR}$$

Posamezen obrok znaša 504,53 EUR.

Točkovanje

Shema denarnih tokov (oz. razumevanje naloge) 2 točki.

Mesečni obrestni faktor 1 točka.

Enačba na osnovi ekvivalence glavnice 1 točka.

Vsota geometrijske vrste 1* točka.

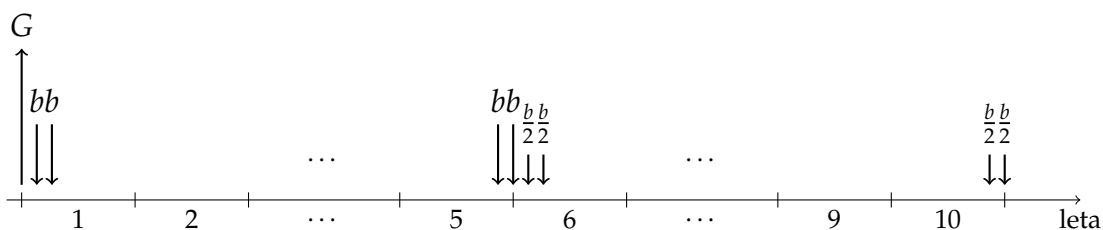
Razrešitev enačbe za a in rezultat 1*+1 točka.

- b) Metka in Borut pričakujeta, da se bodo njuna družina in zato tudi stroški v prihodnosti povečali, zato razmišljata o kreditu z neenakimi anuitetami. Določi višini obrokov, če je prvih 60 obrokov med seboj enakih, višina zadnjih 60 obrokov pa je za polovico nižja od višine prvih 60 obrokov. [6 točk]

Rešitev

Višino prvega obroka označimo z b . Zadnji obrok višine b je plačan ob koncu 5. leta.

Denarne tokove prikazuje spodnja shema.



Z načelom ekvivalence glavnice dobimo

$$Gr^{120} = br^{119} + br^{118} + \dots + br^{61} + br^{60} + \frac{b}{2}r^{59} + \frac{b}{2}r^{58} + \dots + \frac{b}{2}r + \frac{b}{2}$$

$$Gr^{120} = br^{60}(r^{59} + r^{58} + \dots + r + 1) + \frac{b}{2}(r^{59} + r^{58} + \dots + r + 1)$$

$$Gr^{120} = b(r^{60} + \frac{1}{2}) \frac{r^{60} - 1}{r - 1}$$

$$b = Gr^{120} \cdot \frac{r - 1}{(r^{60} - 1)(r^{60} + \frac{1}{2})}$$

$$b = 50\,000 \cdot 1,04^{10} \cdot \frac{\sqrt[12]{1,04} - 1}{(1,04^5 - 1)(1,04^5 + \frac{1}{2})}$$

$$b = 651,48 \text{ EUR}$$

Prvih 60 obrokov znaša 651,48 EUR, zadnjih 60 pa 325,74 EUR.

Točkovanje

Shema denarnih tokov (oz. razumevanje naloge) 1 točka.

Enačba na osnovi ekvivalence glavnice 1 točka.

Vsota geometrijske vrste 1* točka.

Razrešitev enačbe za b 1* točka.

Višini obrokov 1+1 točka.

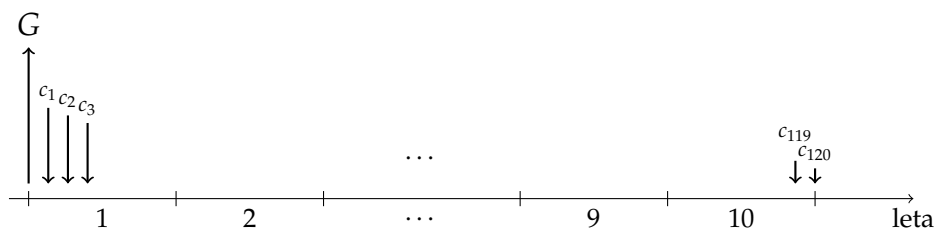
- c) Ker ne vesta, kdaj se bo njuna družina povečala, si želita, da se obroki nižajo postopno. Višina vsakega naslednjega obroka naj bo za 1 % nižja od višine prejšnjega. Določi višini prvega in zadnjega obroka. [7 točk]

Rešitev

Višino prvega obroka označimo s $c_1 = c$.

Vsak naslednji obrok je $x = 0,99$ -kratnik prejšnjega: drugi obrok je $c_2 = cx$, tretji obrok je $c_3 = cx^2$, ..., zadnji je $c_{120} = cx^{119}$.

Denarne tokove prikazuje spodnja shema.



Z načelom ekvivalence glavnice dobimo

$$Gr^{120} = c_1r^{119} + c_2r^{118} + \dots + c_{119}r + c_{120}$$

$$Gr^{120} = cr^{119} + cxr^{118} + \dots + cx^{118}r + cx^{119}$$

$$Gr^{120} = cx^{119} \left(\left(\frac{r}{x}\right)^{119} + \left(\frac{r}{x}\right)^{118} + \dots + \frac{r}{x} + 1 \right)$$

$$Gr^{120} = cx^{119} \cdot \frac{\left(\frac{r}{x}\right)^{120} - 1}{\frac{r}{x} - 1}$$

$$c = Gr^{120} \cdot \frac{\frac{r}{x} - 1}{x^{119} \left(\left(\frac{r}{x}\right)^{120} - 1 \right)}$$

$$c = 50\,000 \cdot 1,04^{10} \cdot \frac{\frac{\sqrt[12]{1,04}}{0,99} - 1}{0,99^{119} \left(\left(\frac{\sqrt[12]{1,04}}{0,99} \right)^{120} - 1 \right)}$$

$$c = 831,95 \text{ EUR}$$

Prvi obrok znaša 831,95 EUR, zadnji pa $cx^{119} = 831,95 \cdot 0,99^{119} = 251,59$ EUR.

Točkovanje

Shema denarnih tokov (oz. razumevanje naloge) 1 točka.

Enačba na osnovi ekvivalence glavnice 2 točki.

Vsota geometrijske vrste 1 točka.*

Razrešitev enačbe za c 1 točka.*

Višini obrokov 1+1 točka.

3. Na trgu obstajata enoletna brezkuponska ter dveletna kuponska obveznica z letnimi kuponi po 5% kuponski obrestni meri. Naslednji kupon kuponske obveznice bo izplačan čez natančno eno leto. Obe obveznici imata nominalno vrednost 1000 EUR, cena brezkuponske obveznice je 969 EUR, cena kuponske pa 1015,50 EUR.

a) Privzemi, da časovno strukturo trenutnih efektivnih obrestnih mer pri zveznem obrestovanju opisuje linearna funkcija

$$R(0, t) = kt + n.$$

S pomočjo cen obveznic določi neznan parametra k in n ter obrestni meri $R(0, 1)$ in $R(0, 2)$. Rezultate v odstotkih zaokroži na dve decimalni mesti. [8 točk]

Rešitev

Označimo nominalni vrednosti obveznic z $N = 1000$ EUR, ceno enoletne obveznice s $P_1 = 969$ EUR ter ceno dveletne obveznice s $P_2 = 1015,50$ EUR. Posamezen kupon kuponske obveznice znaša $C = 0,05 \cdot 1000 = 50$ EUR.

S pomočjo enoletne obveznice določimo obrestno mero $R(0, 1)$.

S formulo za vrednotenje obveznice dobimo

$$P_1 = N \cdot D(0, 1) = \frac{N}{1 + R(0, 1)} \Rightarrow R(0, 1) = \frac{N}{P_1} - 1 = \frac{1000}{969} - 1 = 3,20\%.$$

Z dveletno obveznico nato določimo še obrestno mero $R(0, 2)$.

$$P_2 = C \cdot D(0, 1) + (C + N)D(0, 2) = \frac{C}{1 + R(0, 1)} + \frac{N + C}{(1 + R(0, 2))^2}$$

$$R(0, 2) = \sqrt{\frac{N + C}{P_2 - \frac{C}{1 + R(0, 1)}}} - 1 = \sqrt{\frac{1000 + 50}{1015,5 - \frac{50}{1 + 0,032}}} - 1 = 4,20\%$$

Iz sistema

$$R(0, 1) = k + n = 0,0320$$

$$R(0, 2) = 2k + n = 0,0420$$

dobimo neznan parametra $k = 0,0100 = 1,00\%$ ter $n = 0,0220 = 2,20\%$.

Točkovanje

Enačba, iz katere je možno izraziti $R(0, 1)$, 1 točka.

Obrestna mera $R(0, 1)$ 1 točka.

Enačba, iz katere je (ob upoštevanju $R(0, 1)$) možno izraziti $R(0, 2)$, 1 točka.

Obrestna mera $R(0, 2)$ 1*+1 točka.

Sistem enačb za k in n (oziroma razumevanje zveze med $R(0, 1)$, $R(0, 2)$, k in n) 1 točka.

Vrednosti k in n 1*+1* točka.

Če tekmovalec enačbe za cene obveznic zapiše samo z diskontnimi faktorji, damo skupaj največ 1 točko.

Postopkovne točke damo v primeru prenosa napak.

Upoštevamo tudi druge pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

- b) Investitor meni, da se časovna struktura obrestnih mer v prihodnjem letu ne bo spremenila, torej $R(t_1, t_2) = R(0, t_2 - t_1)$ za vse $0 \leq t_1 \leq 1$, ter da bo izdajatelj obveznic čez eno leto izdal novo enoletno brezakuponsko obveznico z nominalno vrednostjo 1000 EUR.

Kolikšen donos in donosnost v dveletnem obdobju ustvari, če danes kupi eno brezakuponsko obveznico, čez eno leto pa z njeno nominalno vrednostjo kupi nove enoletne brezakuponske obveznice? Privzemi, da je možen nakup tisočinke obveznice. Rezultate v evrih ali odstotkih zaokroži na dve decimalni mesti. [4 točke]

Rešitev

Če se časovna struktura obrestne mere ne spremeni, bo čez eno leto veljalo

$$R(1, 2) = R(0, 2 - 1) = R(0, 1) = 3,20\%.$$

Zaradi nespremenjenih obrestnih mer bo cena nove enoletne brezakuponske obveznice z nominalno vrednostjo 1000 EUR ob izdaji znašala 969 EUR.

Investitor danes za (že izdano) brezakuponsko obveznico plača 969 EUR in čez eno leto prejme nominalno vrednost 1000 EUR.

Z njo kupi $n = \frac{1000}{969} = 1,032$ nove brezakuponske obveznice.

Ob dospelju nove brezakuponske obveznice prejme $1,032 \cdot 1000 = 1032$ EUR.

Ustvarjen donos je $1032 - 969 = 63$ EUR, donosnost pa $\frac{63}{969} = 0,0650 = 6,50\%$.

Točkovanje

Cena nove obveznice 1 točka.

Količina nove obveznice 1* točka.

Donos in donosnost 1+1 točka.

Upoštevamo tudi druge pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

- c) Investitor iz točke b) lahko danes kupi eno dveletno kuponsko obveznico in nato čez eno leto v novo brezakuponsko obveznico investira samo prejeti kupon. Kolikšen donos in donosnost v dveletnem obdobju ustvari s to investicijsko strategijo? [4 točke]

Rešitev

Investitor danes kupi kuponsko obveznico za 1015,50 EUR.

Čez eno leto prejme kupon v višini 50 EUR in z njim kupi $m = \frac{50}{969} = 0,052$ nove brezakuponske obveznice.

Čez dve leti prejme 1050 EUR iz kuponske obveznice ter $0,052 \cdot 1000 = 52$ EUR iz nove brezakuponske obveznice. Skupaj prejme 1102 EUR.

Ustvarjen donos je $1102 - 1015,50 = 86,50$ EUR, donosnost pa $\frac{86,50}{1015,50} = 0,0852 = 8,52\%$.

Točkovanje

Količina nove obveznice 1* točka.

Donos in donosnost 2+1 točka.

- d) Kakšen portfelj brezakuponskih in kuponskih obveznic naj danes ustvari investitor iz točke b), če želi investirati 15000 EUR in v dveletnem obdobju ustvariti donosnost v višini 7%? [4 točke]

Rešitev

Naj bo x število brezkuponskih obveznic ter y število kuponjskih obveznic v investitorjevem portfelju. Ker želi investirati 15 000 EUR, mora veljati

$$\begin{aligned}P_1x + P_2y &= 15\,000, \\969x + 1015,5y &= 15\,000.\end{aligned}$$

Ker želi ustvariti 7% donosnost, mora portfelj čez dve leti izplačati

$$15\,000 \cdot 1,07 = 16\,050 \text{ EUR.}$$

Uporabimo končni investicijski vrednosti iz nalog b) in c) in dobimo enačbo

$$1032x + 1102y = 16\,050.$$

Rešitev sistema je $x = 11,653$ brezkuponskih obveznic in $y = 3,651$ kuponjskih obveznic.

Točkovanje

Enačba na osnovi sedanje vrednosti 1 točka.

Enačba na osnovi končne vrednosti 1 točka.

Količini obveznic 1^+1^* točka.*

4. Delnica podjetja BCD, d.d., je bila 6. januarja 2018 vredna 18,11 EUR. Privzemi, da je bila takrat netvegana efektivna obrestna mera pri zveznem obrestovanju enaka 1,80% za vsa dospelja.

- a) Kakšnim pogojem je morala ta dan ustrezati premija evropske prodajne opcije na delnico podjetja BCD, d.d., z zapadlostjo 6. oktobra 2018 in izvršilno ceno 18,75 EUR, če na trgu ni bila možna arbitraža? [5 točk]

Rešitev

Za premijo evropske prodajne opcije na delnico (brez dividend) mora veljati

$$\max\{K(1+R)^{-T} - S_0, 0\} \leq p_0^E \leq K(1+R)^{-T}.$$

Opcija je imela do zapadlosti še 9 mesecev, to je $T = \frac{3}{4}$ leta. Obrestna mera je bila $R = 0,018$, trenutna cena delnice $S_0 = 18,11$ EUR in izvršilna cena v opciji $K = 18,75$ EUR. Dobimo

$$\begin{aligned} \max\{18,75 \cdot 1,018^{-3/4} - 18,11; 0\} &\leq p_0^E \leq 18,75 \cdot 1,018^{-3/4}, \\ \max\{0,39; 0\} &\leq p_0^E \leq 18,50. \end{aligned}$$

Za premijo je moralo veljati

$$0,39 \text{ EUR} \leq p_0^E \leq 18,50 \text{ EUR}.$$

Točkovanje

Pravilna izbira neenakosti 2 točki.

Pravilno računanje diskontnega faktorja 1 točka.

Pravilno izračunani meji 1+1 točka.

- b) Danes, 6. aprila 2018, je delnica podjetja BCD, d.d., vredna 18,61 EUR, netvegana efektivna obrestna mera pri zveznem obrestovanju pa je še vedno 1,8% za vsa dospelja. Kakšnim pogojem mora danes zadoščati premija evropske nakupne opcije na delnico podjetja BCD, d.d., z zapadlostjo 6. oktobra 2018 in izvršilno ceno 18,75 EUR? Ali je mogoča arbitraža, če se je premija te opcije ustalila pri 7,11 EUR. Če je, opiši arbitražno strategijo. [6 točk]

Rešitev

Za premijo evropske nakupne opcije na delnico (brez dividend) mora veljati:

$$\max\{S_t - K(1+R)^{-(T-t)}, 0\} \leq c_t^E \leq S_t.$$

Tri mesece po času 0 velja $t = \frac{1}{4}$, čas do dospelja $T = \frac{3}{4}$ pa je $T - t = \frac{1}{2}$ leta. Cena delnice je $S_{1/4} = 18,61$ EUR. Dobimo

$$\begin{aligned} \max\{18,61 - 18,75 \cdot 1,018^{-1/2}; 0\} &\leq c_{1/4}^E \leq 18,61, \\ \max\{0,03; 0\} &\leq c_{1/4}^E \leq 18,61. \end{aligned}$$

Za premijo mora tako veljati

$$0,03 \text{ EUR} \leq c_{1/4}^E \leq 18,61 \text{ EUR}.$$

Ker trenutna premija leži na tem intervalu, arbitraža ni možna.

Točkovanje

Pravilna izbira neenakosti 2 točki.

Pravilno računanje diskontnega faktorja 1 točka.

Pravilno izračunani meji 1+1 točka.

Pravilen odgovor na zadnje vprašanje 1* točka.

- c) Danes na trgu lahko trgujemo z opcijama iz točk a) in b). Premija opcije iz točke a) je enaka 5,85 EUR. Ali je možna arbitraža? Če je, opiši arbitražno strategijo. [9 točk]

Rešitev

Preverimo lahko veljavnost neenakosti za premijo prodajne opcije ter paritetno enakost. Za premijo evropske prodajne opcije na delnico (brez dividend) mora veljati

$$\max\{K(1+R)^{-(T-t)} - S_t, 0\} \leq p_t^E \leq K(1+R)^{-(T-t)}.$$

Tako dobimo omejitve

$$0 \leq p_t^E \leq 18,58,$$

ki ni kršena.

Premiji evropske nakupne in prodajne opcije povezuje paritetna enakost

$$p_t + S_t = c_t + K(1+R)^{-(T-t)}.$$

Ta ne velja, saj je

$$p_{1/4}^E + S_{1/4} = 24,46 \neq 25,69 = c_{1/4}^E + K(1+R)^{-1/2}.$$

Torej je možna arbitraža.

Na trgu velja

$$p_{1/4}^E + S_{1/4} < c_{1/4}^E + K(1+R)^{-1/2},$$

torej

$$c_{1/4}^E + K(1+R)^{-1/2} - p_{1/4}^E - S_{1/4} > 0.$$

Ena možna arbitražna strategija je naslednja:

- Čas $t = \frac{1}{4}$ (danes).
 - Kupimo delnico podjetja BCD, d.d.,
 - kupimo prodajno opcijo,
 - prodamo nakupno opcijo,
 - sposodimo si $L = 17,35$ EUR za pol leta.

Neto denarni tok te strategije je 0, saj je

$$-S_{1/4} - p_{1/4}^E + c_{1/4}^E + L = -18,61 - 5,85 + 17,35 + 7,11 = 0.$$

- Čas $t = \frac{3}{4}$ (zapadlost opcij).
 - Prodamo delnico,
 - izvršimo prodajno opcijo, če se izplača,
 - izplačamo nakupno opcijo, če je potrebno,
 - vrnemo denar z obrestmi.

Ob zapadlosti opcij je neto denarni tok

$$\begin{aligned} S_{3/4} + P_{3/4} - C_{3/4} - L(1 + R)^{1/2} &= \\ &= S_{3/4} + \max\{K - S_{3/4}, 0\} - \max\{S_{3/4} - K, 0\} - L(1 + R)^{1/2} = \\ &= S_{3/4} + \max\{K - S_{3/4}, 0\} - \max\{S_{3/4} - K, 0\} - K + K - L(1 + R)^{1/2} = \\ &= \max\{K, S_{3/4}\} - (\max\{S_{3/4} - K, 0\} + K) + K - L(1 + R)^{1/2} = \\ &= \max\{K, S_{3/4}\} - \max\{S_{3/4}, K\} + K - L(1 + R)^{1/2} = \\ &= K - L(1 + R)^{1/2} = 18,75 - 17,51 = 1,24 \text{ EUR.} \end{aligned}$$

Arbitražni zaslužek ob zapadlosti opcij tako znaša 1,24 EUR.

Druga možna arbitražna strategija je naslednja:

- Čas $t = \frac{1}{4}$ (danes).
 - Prodamo nakupno opcijo,
 - sposodimo si $K(1 + R)^{-1/2} = 18,75 \cdot 1,018^{-1/2} = 18,58$ EUR za pol leta.
 - kupimo prodajno opcijo,
 - kupimo delnico podjetja BCD, d.d.

Neto denarni tok te strategije je

$$c_{1/4}^E + K(1 + R)^{-1/2} - p_{1/4}^E - S_{1/4} = 7,11 + 18,58 - 5,85 - 18,61 = 1,23 \text{ EUR} > 0.$$

- Čas $t = \frac{3}{4}$ (zapadlost opcij).
 - Izplačamo nakupno opcijo, če je potrebno,
 - vrnemo denar z obrestmi.
 - izvršimo prodajno opcijo, če se izplača,
 - prodamo delnico.

Ob zapadlosti opcij je neto denarni tok

$$\begin{aligned} -C_{3/4} - K + P_{3/4} + S_{3/4} &= -\max\{S_{3/4} - K, 0\} - K + \max\{K - S_{3/4}, 0\} + S_{3/4} = \\ &= -(\max\{S_{3/4} - K, 0\} + K) + \max\{K - S_{3/4}, 0\} + S_{3/4} = \\ &= -\max\{S_{3/4}, K\} + \max\{K, S_{3/4}\} = 0. \end{aligned}$$

Arbitražni zaslužek je ostvarjen v času $t = \frac{1}{4}$ in znaša 1,23 EUR.

Točkovanje

Ugotovitev, da paritetna enakost ne velja 2* točki.

Ugotovitev, da je možna arbitraža 1* točki.

Zapis arbitražne strategije in izračun arbitražnega zaslužka 3+3* točke.

Če tekmovalec ugotovi samo, da premija ustreza neenakosti, damo 2 točki.