

**Društvo matematikov, fizikov  
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19  
1000 Ljubljana

# **Tekmovalne naloge DMFA Slovenije**

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na [www.dmfa.si](http://www.dmfa.si)), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ ZNANJA POSLOVNE MATEMATIKE  
za srednje šole za srebrno priznanje

Šolsko leto 2007/08

1. skupina (nižja stopnja zahtevnosti)

Datum: 18. 4. 2008

Čas pisanja: od 10.00 do 12.00

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalo.
- Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Ime in priimek: \_\_\_\_\_ (velike tiskane črke)

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

**1. naloga**

Iz Češke smo uvozili 20800 krožnikov. Prodajali jih bomo v setih po 2 krožnika. Češki izvoznik, ki na ameriški trg prodaja krožnike v setih po 6 krožnikov in je cena seta 16,20 USD, nam je za 6 krožnikov zaračunal 60 % cene. (1 EUR = 1,4809 USD)

a) Kakšna naj bo cena seta dveh krožnikov na slovenskem trgu? Pri oblikovanju maloprodajne cene upoštevajte, da ima slovenski prodajalec 30 % stroškov povezanih s prodajo (logistika, embalaža, promocija), ustvariti želi 10 % dobička, državi pa mora plačati 20 % DDV. (1 EUR = 1,4809 USD) (3 točke)

b) Predpostavimo, da je maloprodajna cena seta dveh krožnikov 4.- EUR. Koliko bomo iztržili, če bomo prodali 82% krožnikov po maloprodajni ceni, 9 % krožnikov po 25 % nižji grosistični ceni, ostale krožnike pa bomo podarili zaposlenim in poslovnim partnerjem? (2 točki)

c) Koliko krožnikov bi dobili za 36.920.- EUR na ameriškem trgu, če plačamo še 7,25 % prodajnega davka (upoštevaje ceno na ameriškem trgu)? (2 točki)

**2. naloga**

Podjetje Elan, d. d., je v letu 2008 načrtovalo proizvodnjo 120000 smuči. Izdelava poteka na šestih proizvodnih linijah. Na prvih dveh linijah bodo izdelali  $\frac{1}{3}$  celotne proizvodnje, pri čemer je razmerje med udeležbo obeh linij 3 : 7. Ostanek bodo izdelali na preostalih štirih linijah, pri čemer je proizvodnja na vsaki naslednji liniji za  $\frac{1}{4}$  manjša od prejšnje.

- a) Določite količino smuči, ki jo bodo izdelali na posamezni liniji. *(3 točke)*
- b) Določite količino smuči, če bi se zadnja linija pokvarila in bi morale tretja, četrta in peta linija nadomestiti preostalo proizvodnjo tako, da bi tretja linija izdelala za deset smuči manj kot četrta, peta pa bi izdelala za dve desetini manj od četrte. *(4 točke)*

**3. naloga**

V prvi skupini je 8 pletilj, ki v 15 dneh pri delavniku 4 h/dan spletejo 96 šalov, dolgih 90 cm in širokih 25 cm. V drugi skupini dela 6 pletilj, ki v 12 dneh pri delavniku 4,5 ur na dan spletejo 54 šalov dolžine 110 cm in širine 28 cm.

a) Katera skupina je bolj učinkovita? *(3 točke)*

b) S kakšno hitrostjo pletejo pletilje v prvi skupini? Koliko  $\text{cm}^2$  spletejo v eni uri? *(2 točki)*

c) Za izdelavo nekega naročila 8 pletilj potrebuje 15 dni. Da bi bilo delo opravljeno prej, se po treh dneh pridruži še 5 pletilj, ki so za 20 % manj učinkovite. Koliko dni prej bo delo opravljeno? *(2 točki)*

**4. naloga**

Janez se je odločil, da bo prodal svoj avtomobil. Na spletnem portalu »Avto.net« je določil ceno 3500 EUR. Za nakup avtomobila se zanima Jože, ki je pripravljen za avto plačati 2800 EUR.

- a) Določite kompromisno ceno, pri kateri bosta Janez in Joža popustila pri svoji zahtevi za enak odstotek. *(3 točke)*

- b) Koliko odstotkov popusta bi moral dati Janez na ceno 3500 EUR, da bi znesek popusta pomenil 15,5 % od končne prodajne cene? *(4 točke)*

DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ ZNANJA POSLOVNE MATEMATIKE  
za srednje šole za zlato priznanje

Šolsko leto 2007/08

2. skupina (višja stopnja zahtevnosti)

Datum: 18. 4. 2008

Čas pisanja: od 10.00 do 12.30

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalno.
- Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevaj vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokroži na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Ime in priimek: \_\_\_\_\_ (velike tiskane črke)

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

**1.naloga**

Mia, Zala in Kaja so se odločile, da bodo letošnji september kot zadnji mesec pred študijem preživele v Grčiji. Za ladijski prevoz, hrano in 10 prenočevanj bodo potrebovale po 800 EUR. Do zelene vsote poskuša vsaka od prijateljic priti na svoj način.

- a) Mia je v preteklem poletju opravila 197 ur dela preko študentskega servisa. Za vsako uro je prejela plačilo v višini 3,8 EUR. Zaslužen denar je 21.9.2007 položila na bančni račun. Znesek je obrestovan po metodi navadnega obrestnega računa, letna obrestna mera je 3,5%. Za kolikšen znesek (če bo to seveda sploh potrebno) bo morala Mia dodatno zaprositi starše, ko bo 30.8.2008 dvignila denar z računa? (Upoštevaj, da je 2008 prestopno leto.) ( 3 točke)
- b) Zali sta babica in dedek ob 18. rojstnem dnevu podarila 500 EUR. Znesek je skupaj z 250 EUR, ki jih je že imela na računu, vezala za obdobje 9 mesecev. Kolikšna je letna obrestna mera, po kateri je sklenila pogodbo o vezavi, če se bo po preteku 9-ih mesecev znesek povečal za 4%? Banka uporablja metodo navadnega obrestnega računa. ( 3 točke)
- c) Kaja je skrivnostna. O svojem varčevalnem načrtu pove le to, da je denar naložila po obrestni meri, ki je za 10% višja od obrestne mere, po kateri je svoj denar naložila Mia. Po kolikšni letni obrestni meri je torej Kaja naložila svoj denar? ( 1 točka)



**2. naloga**

Babica, ki je leta 1999 dobila prvega vnuka, je v začetku leta 2000 začela varčevati z pologom 500 EUR na njegov račun. Privarčevana sredstva mu želi podariti ob njegovem desetem rojstnem dnevu, ki ga ima 30. septembra. Na njegov 6-ti rojstni dan je na račun položila še dodatnih 500 EUR.

- a) Kolikšna sredstva bo lahko vnuku podarila, ko bo star deset let, če je bila obrestna mera do 30.06.2007 5,2 % letno pri četrtletni kapitalizaciji, od takrat naprej pa je narasla za 0,5 odstotne točke na letni ravni, kapitalizacija pa je bila mesečna. Uporabi dekurzivno obrestovanje in relativno obrestno mero. *(2 točki)*

- b) Predpostavljamo, da bi babica do konca leta 2007 privarčevala 1334,50 EUR. Kolikšna bi morala biti letna obrestna mera v naslednjih 273-tih dneh, če bi želela vnuku podariti točen znesek 1400 EUR in bi bile obresti obračunane po konformnem načinu z dnevno kapitalizacijo in dekurzivnem obrestovanju? *(2 točki)*

- c) Babica je v banko vložila določen znesek, čez dve leti dvakrat večji znesek in čez naslednji dve leti še trikrat večji znesek (od prvega). Po devetih letih je imela privarčevanih 12.291,56 EUR. Kakšni so bili njeni trije vloženi zneski, če je bila letna obrestna mera 5% in letna kapitalizacija pri dekurzivnem načinu obrestovanja. *(3 točke)*

**3. naloga**

- a) Podjetnik je na začetku leta 2002 v banki A najel posojilo 200.000 EUR, ki ga mora vrniti v enkratnem znesku. Glavnica se obrestuje anticipativno z letno kapitalizacijo, od začetka leta 2002 do konca leta 2003 po 8 % p.a. obrestni meri, naslednja 3 leta zaradi nižje stopnje inflacije po 7,7 % p.a. obrestni meri in nato do konca leta 2008 po 7,2 % p.a. obrestni meri. Koliko mora vrniti skupaj z obrestmi 31.12. 2008? *(3 točke)*
- b) Kolikšna bi bila povprečna anticipativna obrestna mera, če bi se začetna glavnica 200.000 EUR ves čas obrestoval po njej in bi nastale enake obresti kot pri prej navedenih različnih obrestnih merah? *(2 točki)*
- c) Podjetnik je imel tudi možnost najeti posojilo 200.000 EUR v banki B. Anticipativna obrestna mera bi bila ves čas fiksna 7,7 % p.a. in letna kapitalizacija. Na koncu bi moral vrniti posojilo v enkratnem znesku skupaj z obrestmi 350.000 EUR. Kdaj bi se ta rok iztekel? Čas izrazi v številu let in številu dni. *(2 točki)*

**4. naloga**

Zakonca Petra in Andrej sta pred 5 leti, ob praznovanju svojega 45. rojstnega dne sklenila, da bosta naslednjih 5 let letih varčevala in si ob 50. rojstnem dnevu privoščila sanjsko 14 dnevno potovanje. V mislih sta imela 3 možnosti:

- Tunizija – za 2 osebi potrebujeta cca. 3.000 EUR
- Otok Bali – za 2 osebi potrebujeta cca. 5.000 EUR
- Sejšeli – za 2 osebi potrebujeta cca. 8.000 EUR.

- a) Njuno varčevanje je v preteklih petih letih izgledalo tako: Petra je 5 let ob koncu vsakega meseca na račun na banki A položila 40 EUR, letna obrestna mera je 6%, mesečna kapitalizacija (relativno), dekurzivni način. Andrej je 5 let ob koncu vsakega polletja na račun položil 300 EUR, letna obrestna mera je 6%, mesečna kapitalizacija (relativno), dekurzivni način. Katero od potovanj si lahko privoščita, ko združita privarčevana zneska?  
(3 točke)

- b) Predpostavimo, da je Petri z varčevanjem uspelo zbrati le 2.000 EUR. Andrej je v 1. in 2. letu na račun polagal četrletne prenumerando vloge v višini 100 EUR, ob koncu junija v 3. letu je na račun položil 1.000 EUR, v 4. in 5. letu pa je na račun polagal polletne postnumerando vloge. Kolikšne so bile te vloge, če vemo, da je ob koncu 5. leta skupni znesek privarčevanih sredstev na njegovem računu znašal 6.000 EUR – to je znesek, ki jima je s Petro omogočil realizacijo najdražjega potovanja? (Letna obrestna mera 4,8 %, mesečna kapitalizacija, relativno, dekurzivni način)  
(4 točke)

DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ ZNANJA POSLOVNE MATEMATIKE  
za srednje šole za srebrno priznanje

Šolsko leto 2007/08

1. skupina (nižja stopnja zahtevnosti)

Datum: 18. 4. 2008

Čas pisanja: od 10.00 do 12.00

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalo.
- Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Ime in priimek: \_\_\_\_\_ (velike tiskane črke)

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

**1. naloga**

Iz Češke smo uvozili 20800 krožnikov. Prodajali jih bomo v setih po 2 krožnika. Češki izvoznik, ki na ameriški trg prodaja krožnike v setih po 6 krožnikov in je cena seta 16,20 USD, nam je za 6 krožnikov zaračunal 60 % cene. (1 EUR = 1,4809 USD)

- a) Kakšna naj bo cena seta dveh krožnikov na slovenskem trgu? Pri oblikovanju maloprodajne cene upoštevajte, da ima slovenski prodajalec 30 % stroškov povezanih s prodajo (logistika, embalaža, promocija), ustvariti želi 10 % dobička, državi pa mora plačati 20 % DDV. (1 EUR = 1,4809 USD) (3 točke)

Izračun cene seta v EUR (3 T)

X EUR	1 set	}	1 t
1 set	2 krožnika		
6 krožnikov	0,6 * 16,2 USD		
1,4809 USD	1 EUR	}	1 t
100 EUR	130 EUR		
100 EUR	120 EUR		
100 EUR	110 EUR		

$$X = \frac{2 * 0,6 * 16,2 * 130 * 120 * 110}{6 * 1,4809 * 100 * 100 * 100} = 3,75 \text{ EUR} \quad \left. \vphantom{X} \right\} \quad 1 \text{ t}$$

**Odg.:** Cena seta na slovenskem trgu naj bo 3,75 EUR.

- b) Predpostavimo, da je maloprodajna cena seta dveh krožnikov 4.- EUR. Koliko bomo iztržili, če bomo prodali 82% krožnikov po maloprodajni ceni, 9 % krožnikov po 25 % nižji grosistični ceni, ostale krožnike pa bomo podarili zaposlenim in poslovnim partnerjem? (2 točki)

1 krožnik .....3,754 EUR / 2 = 1,877 EUR

			<b>Krožniki</b>	<b>Cena (EUR)</b>	<b>Vrednost (EUR)</b>
MPC	20.800	*0,82	=17.056	*2	=34.112.-
VPC	20.800	*0,09	= 1.872	*0,75*2	= 2.808.-
Podarjeno		*0,09	= 1.872	*0	= 0
Iztržek					= 36.920.-

1 t ..... Pravilen izračun količin,

1 t ..... Pravilen izračun iztrženih vrednosti

**Odg.:** Iztržili bomo 36.920.- EUR.

- c) Koliko krožnikov bi dobili za 36.920.- EUR na ameriškem trgu, če plačamo še 7,25 % prodajnega davka (upoštevajte ceno na ameriškem trgu)? (2 točki)

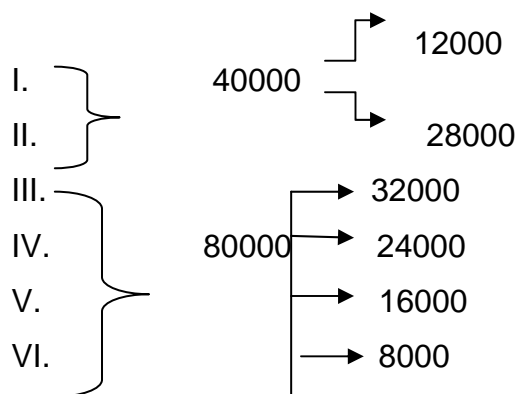
X krožnikov	36.920 EUR	<b>1 t</b>
107,25 EUR	100 EUR	
1 EUR	1,4809 USD	
16,2 USD	6 krožnikov	

$$X = \frac{36920 * 100 * 1,4809 * 6}{107,25 * 16,2} = 18.881,06 \text{ krožnikov} = 18.881 \text{ krožnikov} \quad \mathbf{1 t}$$

## 2. naloga

Podjetje Elan, d. d., je v letu 2008 načrtovalo proizvodnjo 120000 smuči. Izdelava poteka na šestih proizvodnih linijah. Na prvih dveh linijah bodo izdelali 1/3 celotne proizvodnje, pri čemer je razmerje med udeležbo obeh linij 3 : 7. Ostanek bodo izdelali na preostalih štirih linijah, pri čemer je proizvodnja na vsaki naslednji liniji za 1/4 manjša od prejšnje.

- a) Določite količino smuči, ki jo bodo izdelali na posamezni liniji. (3 točke)



- b) Določite količino smuči, če bi se zadnja linija pokvarila in bi morale tretja, četrta in peta linija nadomestiti preostalo proizvodnjo tako, da bi tretja linija izdelala za deset smuči manj kot četrta, peta pa bi izdelala za dve desetini manj od četrte. (4 točke)

$$\text{III. } x - 10 \text{ (2851)} \quad x - 10 + x + x - 2/10x = 8000$$

$$\text{IV. } x \text{ (2861)} \quad x = 2860, 71 = 2861$$

$$\text{V. } x - \frac{2}{10}x \text{ (2288)}$$

4 t

**3. naloga**

V prvi skupini je 8 pletilj, ki v 15 dneh pri delavniku 4 h/dan spletejo 96 šalov, dolgih 90 cm in širokih 25 cm. V drugi skupini dela 6 pletilj, ki v 12 dneh pri delavniku 4,5 ur na dan spletejo 54 šalov dolžine 110 cm in širine 28 cm.

a) Katera skupina je bolj učinkovita? (3 točke)

↓	8 pl. ....	↓	15 dni ....	↓	4 h/d ....	↑	96 š ....	↑	90 cm (d) ....	↑	25 cm (š) ....	↑	100 %
↓	6 pl. ....	↓	12 dni ....	↓	4,5 h/d ....	↑	54 š ....	↑	110 cm (d) ....	↑	28 cm (š) ....	↑	X %

$$x = 114,07 \%$$

1 t .....puščice

1 t .....ulomek

1 t .....izračun in Odgovor na:

**Odg.:** Druga skupina je za 14.07 % bolj učinkovita.

b) S kakšno hitrostjo pletejo pletilje v prvi skupini? Koliko  $\text{cm}^2$  spletejo v eni uri? (2 točki)

Izračun hitrosti pletenja (2 T)

↑	8 pl. ....	↑	60 h ....	↑	216000 $\text{cm}^2$
↑	1 pl. ....	↑	1 h ....	↑	x $\text{cm}^2$

$$X = 450 \text{ cm}^2/\text{pletiljo in na uro}$$

1 t .....postopek sklepanja

1 t .....izračun

**Odg.:** Posamezna pletilja splete v povprečju  $450 \text{ cm}^2$  na uro.

c) Za izdelavo nekega naročila 8 pletilj potrebuje 15 dni. Da bi bilo delo opravljeno prej, se po treh dneh pridruži še 5 pletilj, ki so za 20 % manj učinkovite. Koliko dni prej bo delo opravljeno? (2 točki)

Koliko dni prej bo delo opravljeno?

$$3 \cdot 8 + 8x + 5 \cdot 0,8x = 8 \cdot 15$$

$$x = 8 \text{ dni}$$

Delo bo opravljeno v  $8 + 3$  dneh, t.j. v 11 dneh. Opravljeno bo 4 dni prej. (3 T)

1 t .....Enačba

1 t ..... Izračun in odgovor

**4. naloga**

Janez se je odločil, da bo prodal svoj avtomobil. Na spletnem portalu »Avto.net« je določil ceno 3500 EUR. Za nakup avtomobila se zanima Jože, ki je pripravljen za avto plačati 2800 EUR.

- a) Določite kompromisno ceno, pri kateri bosta Janez in Joža popustila pri svoji zahtevi za enak odstotek. (3 točke)

$$3500 - \frac{3500x}{100} = 2800 + \frac{2800x}{100}$$

$$700 = \frac{6300x}{100}$$

$$x = 11,11 \% \quad p \Leftrightarrow 3111,11 \text{ d. e.}$$

- b) Koliko odstotkov popusta bi moral dati Janez na ceno 3500 EUR, da bi znesek popusta pomenil 15,5 % od končne prodajne cene? (4 točke)

$$\frac{3500x}{100} = \frac{15,5}{100} \left( 3500 - \frac{3500x}{100} \right)$$

$$x = 13,42 \%$$

4 t



DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ ZNANJA POSLOVNE MATEMATIKE  
za srednje šole za zlato priznanje

Šolsko leto 2007/08

2. skupina (višja stopnja zahtevnosti)

Datum: 18. 4. 2008

Čas pisanja: od 10.00 do 12.00

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalno.
- Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevaj vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokroži na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Ime in priimek: \_\_\_\_\_ (velike tiskane črke)

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

**1.naloga**

Mia, Zala in Kaja so se odločile, da bodo letošnji september kot zadnji mesec pred študijem preživele v Grčiji. Za ladijski prevoz, hrano in 10 prenočevanj bodo potrebovale 800 EUR. Do zelene vsote poskuša vsaka od prijateljic priti na svoj način.

- a) Mia je v preteklem poletju opravila 197 ur dela preko študentskega servisa. Za vsako uro je prejela plačilo v višini 3,8 EUR. Zasluženi denar je 21.9.2007 položila na bančni račun. Znesek je obrestovan po metodi navadnega obrestnega računa, letna obrestna mera je 3,5%. Za kolikšen znesek (če bo to seveda sploh potrebno) bo morala Mia dodatno zaprositi starše, ko bo 30.8.2008 dvignila denar z računa? Upoštevaj, da je 2008 prestopno leto. Uporabi sistem (K, 366). ( 3 točke)

$$197 \cdot 3,8 = 748,6 \text{ EUR}$$

$$G^+ = 748,6 \left( 1 + \frac{3,5 \cdot 344}{36600} \right) = 773,23 \text{ EUR}$$

$$800 - 773,23 = 26,77$$

**Odgovor: Starše bo morala dodatno zaprositi za 26,77 EUR.**

- b) Zali sta babica in dedek ob 18. rojstnem dnevu podarila 500 EUR. Znesek je skupaj z 250 EUR, ki jih je že imela na računu, vezala za obdobje 9 mesecev. Kolikšna je letna obrestna mera, po kateri je sklenila pogodbo o vezavi, če se bo po preteku 9-ih mesecev znesek povečal za 4%? Banka uporablja metodo navadnega obrestnega računa. ( 3 točke)

$$750 \cdot 1,04 = 780 \text{ EUR}$$

$$o = 30 \text{ EUR}$$

$$p = \frac{1200 - 30}{750 \cdot 9} = 5,33\%$$

**Odgovor: Letna obrestna mera je 5,33%.**

- c) Kaja je skrivnostna. O svojem varčevalnem načrtu pove le to, da je denar naložila po obrestni meri, ki je za 10% višja od obrestne mere, po kateri je svoj denar naložila Mia. Po kolikšni letni obrestni meri je torej Kaja naložila svoj denar? ( 1 točka)

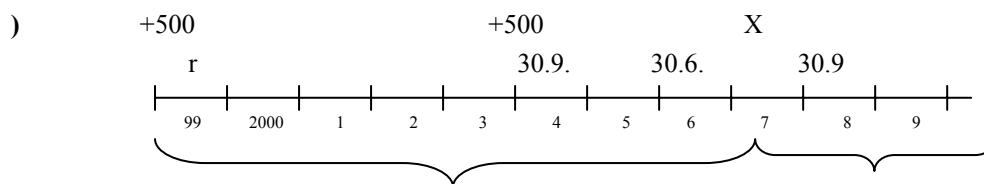
$$3,5 \cdot 1,1 = 3,85$$

**Odgovor: Kaja je svoj denar naložila po letni obrestni meri 3,85%.**

**2. naloga**

Babica, ki je leta 1999 dobila prvega vnuka, je v začetku leta 2000 začela varčevati z polgom 500 EUR na njegov račun. Privarčevana sredstva mu želi podariti ob njegovem desetem rojstnem dnevu, ki ga ima 30. septembra. Na njegov 6-ti rojstni dan je na račun položila še dodatnih 500 EUR.

- a) Kolikšna sredstva bo lahko vnuku podarila, ko bo star deset let, če je bila obrestna mera do 30.06.2007 5,2 % letno pri četrtletni kapitalizaciji, od takrat naprej pa je narasla za 0,5 odstotne točke na letni ravni, kapitalizacija pa je bila mesečna. Uporabi dekurzivno obrestovanje in relativno obrestno mero. (2 točki)



$$p = 5,2\% p \cdot e$$

$$m = 4$$

$$p'_q = 1,3\%$$

$$r_q = 1,013$$

$$p = 5,7\% p \cdot q$$

$$m = 12$$

$$p'_m = 0,475$$

$$r'_m = 1,00475$$

$$x = (500 \cdot 1,013^{23} + 500) \cdot 1,013^7 \cdot 1,00475^{27}$$

$$\underline{\underline{x = 1459,20}}$$

1t nastavitev premice

1t izračun

- b) Predpostavljamo, da bi babica do konca leta 2007 privarčevala 1334,50 EUR. Kolikšna bi morala biti letna obrestna mera v naslednjih 273-tih dneh, če bi želela vnuku podariti točen znesek 1400 EUR in bi bile obresti obračunane po konformnem načinu z dnevno kapitalizacijo in dekurzivnem obrestovanju? Upoštevaj, da je leto 2008 prestopno leto. (2 točki)

$$m = 365$$

$$G_0 = 1334,50$$

$$G_u = 1400$$

$$1334,50 \cdot \sqrt[366]{r}^{273} = 1400$$

$$\sqrt[366]{r}^{273} = \frac{1400}{1334,50}$$

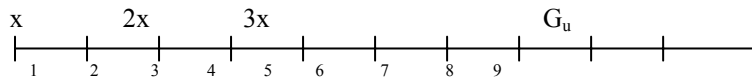
1t izračun letnega faktorja

1t izračun letne obrestne mere

$$r = 1,066346614 \Rightarrow \underline{\underline{p = 6,63\% p \cdot a}}$$

- c) Babica je v banko vložila določen znesek, čez dve leti dvakrat večji znesek in čez naslednji dve leti še trikrat večji znesek (od prvega). Po devetih letih je imela privarčevanih 12.291,56 EUR. Kakšni so bili njeni trije vloženi zneski, če je bila letna obrestna mera 5% in letna kapitalizacija pri dekurzivnem načinu obrestovanja.

(3 točke)



$$p = 5\%$$

$$m = 1$$

$$r = 1,05$$

$$G_u = 12291,56$$

$$x \cdot r^9 + 2x \cdot r^7 + 3x \cdot r^5 = 12291,56$$

$$\underline{\underline{x = 1500}}$$

ali

$$x + \frac{2x}{r^2} + \frac{3x}{r^4} = \frac{12291,56}{r^9}$$

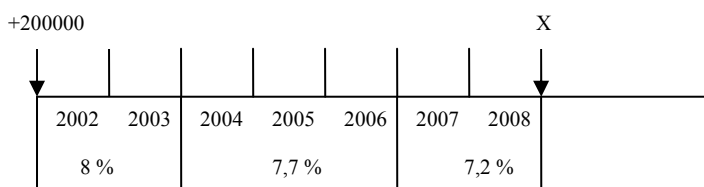
$$\underline{\underline{x = 1500}}$$

2t nastavitve enačbe  
1t izračun

Babica je vložila 1500, 3000 in 4500 €

**3. naloga**

- a) Podjetnik je na začetku leta 2002 v banki A najel posojilo 200.000 EUR, ki ga mora vrniti v enkratnem znesku. Glavnica se obrestuje anticipativno z letno kapitalizacijo, od začetka leta 2002 do konca leta 2003 po 8 % p.a. obrestni meri, naslednja 3 leta zaradi nižje stopnje inflacije po 7,7 % p.a. obrestni meri in nato do konca leta 2008 po 7,2 % p.a. obrestni meri. Koliko mora vrniti skupaj z obrestmi 31.12. 2008? (3 točke)



$$G_n = 200.000 \cdot \left(\frac{100}{100-8}\right)^2 \cdot \left(\frac{100}{100-7,7}\right)^3 \cdot \left(\frac{100}{100-7,2}\right)^2 = 348.942,03$$

slika 1 točka  
zapis računa 1 točka,  
izračun 1 točka

- b) Kolikšna bi bila povprečna anticipativna obrestna mera, če bi se začetna glavnica 200.000 EUR ves čas obrestoval po njej in bi nastale enake obresti kot pri prej navedenih različnih obrestnih merah? (2 točki)

$$\bar{\rho} = \sqrt[n_1+n_2+n_3]{\rho_1^{n_1} \cdot \rho_2^{n_2} \cdot \rho_3^{n_3}} = \sqrt[7]{\left(\frac{100}{100-8}\right)^2 \cdot \left(\frac{100}{100-7,7}\right)^3 \cdot \left(\frac{100}{100-7,2}\right)^2} = 1,082759$$

$$\bar{\pi} = 100 \cdot \frac{\bar{\rho} - 1}{\bar{\rho}} = 7,64\%$$

Izračunani obrestni faktor 1 točka,  
izračunana obrestna mera 1 točka

- c) Podjetnik je imel tudi možnost najeti posojilo 200.000 EUR v banki B. Anticipativna obrestna mera bi bila ves čas fiksna 7,7 % p.a. in letna kapitalizacija. Na koncu bi moral vrniti posojilo v enkratnem znesku skupaj z obrestmi 350.000 EUR. Kdaj bi se ta rok iztekel? Čas izrazi v številu let in številu dni. (2 točki)

$$n = \frac{\log\left(\frac{Gn}{Go}\right)}{\log \rho} = \frac{\log\left(\frac{350.000}{200.000}\right)}{\log\left(\frac{100}{100-7,7}\right)} = 6,9842$$

Posojilo bi moral vrniti v 6,9842 leta ali v 6 letih in 359 dneh.

#### 4. naloga

Zakonca Petra in Andrej sta pred 5 leti, ob praznovanju svoje 15. obletnice poroke sklenila, da bosta naslednjih 5 let letih varčevala in si ob 20. obletnici poroke privoščila sanjsko 14 dnevno potovanje. V mislih sta imela 3 možnosti:

- Tunizija – za 2 osebi potrebujeta cca. 3.000 EUR
- Otok Bali – za 2 osebi potrebujeta cca. 5.000 EUR
- Sejšeli – za 2 osebi potrebujeta cca. 8.000 EUR.

- a) Njuno varčevanje je v preteklih petih letih izgledalo tako: Petra je 5 let ob koncu vsakega meseca na račun na banki A položila 40 EUR, letna obrestna mera je 6%, mesečna kapitalizacija (relativno), dekurzivni način. Andrej je 5 let ob koncu vsakega polletja na račun položil 300 EUR, letna obrestna mera je 6%, mesečna kapitalizacija (relativno), dekurzivni način. Katero od potovanj si lahko privoščita, ko združita privarčevana zneska?  
(3 točke)

Petra:

$$r = 1,005$$

$$S_n = ar^{59} + ar^{58} + \dots + ar + a$$

$$S_n = a \cdot \frac{r^{60} - 1}{r - 1} = 2.790,8 \text{ EUR}$$

Andrej:

$$r = 1,005$$

$$S_n = ar^{54} + ar^{48} + \dots + ar^6 + a$$

$$S_n = a \cdot \frac{r^{60} - 1}{r^6 - 1} = 3.445,15 \text{ EUR}$$

Skupaj: 6.235,95 EUR

**Odgovor: Privoščita si lahko potovanje na otok Bali.**

- b) Predpostavimo, da je Petri z varčevanjem uspelo zbrati le 2.000 EUR. Andrej je v 1. in 2. letu na račun polagal četrtletne prenumerando vloge v višini 100 EUR, ob koncu junija v 3. letu je na račun položil 1.000 EUR, v 4. in 5. letu pa je na račun polagal polletne postnumerando vloge. Kolikšne so bile te vloge, če vemo, da je ob koncu 5. leta skupni znesek privarčevanih sredstev na njegovem računu znašal 6.000 EUR – to je znesek, ki jima je s Petro omogočil realizacijo najdražjega potovanja? Letna obrestna mera 4,8 %, mesečna kapitalizacija, relativno, dekurzivni način.  
(4 točke)

$$r = 1,004$$

$$ar^{60} + ar^{57} + \dots + ar^{39} + 1.000r^{30} + xr^{18} + xr^{12} + xr^6 + x = 6.000$$

$$ar^{39} \frac{(r^3)^8 - 1}{r^3 - 1} + 1.000r^{30} + x \frac{(r^6)^4 - 1}{r^6 - 1} = 6.000$$

$$x = 939,68 \text{ EUR}$$

Odgovor: Vloge so znašale 939,68 EUR.