

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

1. Državno tekmovanje iz znanja poslovne matematike
za srednje šole za srebrno priznanje

šolsko leto 2002/2003

1. skupina (nižja stopnja zahtevnosti)

Datum: petek, 11. 4. 2003

Čas pisanja: od 9.45 do 11.45

Kraj tekmovanja: Srednja ekonomska šola Celje

Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik, ravnilo, žepno računalno.

Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.

Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.

Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.

Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti.

Kjer naloga zahteva, napišite odgovor in ga utemeljite.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	Skupaj	Možne točke
					28

Šifra kandidata: _____

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

1. skupina

1. naloga

V tiskarni so konec lanskega leta natisnili 60000 žepnih koledarjev, dimenzije $6\text{ cm} \times 3\text{ cm}$. Zanje so porabili 120 kg papirja. [7t]

- a) Koliko izvodov bodo lahko natisnili letos, če bodo koledarji veliki $4\text{ cm} \times 4\text{ cm}$, v tiskarni pa bodo imeli na voljo za 20 kg manj papirja? Uporabili bodo tudi za 10 % tanjši papir. [3t]

- b) Primerjajte število izvodov v lanskem in letošnjem letu in razliko izrazite:

- absolutno. [2t]

Odgovor: _____

- relativno. [2t]

Odgovor: _____

2. naloga

Po kakšnem menjalnem tečaju EUR za 1 USD je nemško podjetje prodalo v ZDA 15 ton blaga, če je iztržilo 3.500,00 USD, cena za 1 kg v Nemčiji pa je 0,26 EUR? [7t]

a) Pri izvozu niso imeli dodatnih stroškov. [2t]

b) Od iztržka so plačali posredniku 5 % provizijo, država pa je izvoz subvencionirala s 3 % od čistega iztržka. [3t]

c) Kolikšen bo iztržek, če izvoznik nima dodatnih stroškov, tečaj iz točke a) pa se poveča za 5 %? [2t]

3. naloga

V skladu za nagrade je bilo lani 1.000.000,00 SIT. Prva nagrada je bila 75 % celotnega zneska, druga nagrada je bila za 15.000,00 SIT večja od tretje, četrta pa za 35 % manjša od druge. [7t]

a) Koliko SIT so znašale posamezne nagrade? [2t]

b) Nagradni sklad se je letos povečal za 30 %. Prva in četrta nagrada sta ostali enaki lanskima. Druga in tretja nagrada sta v razmerju 5 : 3. Kolikšne so letos posamezne nagrade? [2t]

c) Kolikšne bi bile letos nagrade, če je prvi kandidat dosegel vseh možnih 31 točk, drugi 26 točk, naslednja dva pa sta si delila 3. mesto s po 25 točkami. Za vsako izgubljeno točko glede na prvouvrščenega se nagrada zmanjša za 70.000,00 SIT. [3t]

4. naloga

V nekem slovenskem zdravilišču polnijo bazene s termalno vodo iz izvira, ki ima temperaturo 54°C .

a) V malem termalnem bazenu je temperatura vode 38°C . Bazen je dolg 7 m, širok 3 m, višina vode je 1,5 m. Koliko navadne vode morajo priliti 20 m^3 vode iz izvira? [1t]

b) Kakšna mora biti v tem primeru temperatura navadne vode? [2t]

c) Večji plavalni bazen je 2-krat daljši in za polovico širši, voda pa je za 30 % globlja kot v malem termalnem bazenu. Izračunajte volumen vode v velikem plavalnem bazenu. [1t]

d) Uprava zdravilišča je pocenila vstopnice za bazen. S tem so privabili za 40 % več obiskovalcev dnevno, kot jih je bilo prej. Tako so dnevni prihodek povečali za 15 %. Za koliko % so znižali cene vstopnic? [3t]

Odgovor: _____

1. Državno tekmovanje iz znanja poslovne matematike
za srednje šole za zlato priznanje

šolsko leto 2002/2003

2. skupina (višja stopnja zahtevnosti)

Datum: petek, 11. 4. 2003

Čas pisanja: od 9.45 do 11.45

Kraj tekmovanja: Srednja ekonomska šola Celje

Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik, ravnilo, žepno računalno.

Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.

Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.

Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.

Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti.

Kjer naloga zahteva, napišite odgovor in ga utemeljite.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	Skupaj	Možne točke
					28

Šifra kandidata: _____

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

2. skupina

1. naloga

Neki dolg je zapadel v plačilo 23. 11. 2002. Če bi ta dolg vrnili 10. 9. 2002, bi z 8,5% diskontnimi obrestmi vred znašal 275.174,80 SIT. [7t]

a) S kolikšnim zneskom bi ta dolg poravnali ob roku? [2t]

b) S kolikšnim zneskom bi poravnali dolg, če bi zamudili s plačilom 20 dni pri 16 % letni zamudni obrestni meri? [2t]

2. skupina

- c) Kdaj (navedi datum) moramo poravnati dolg, da ne bomo z obrestmi vred plačali več kot 300.000,00 SIT? [2t]

Odgovor: _____

- d) Za koliko % bo plačilo pri nalogi b) večje od plačila pri nalogi a? [1t]

2. naloga

Pred šestimi leti smo v banko vložili 125.000,00 SIT, pred dvema letoma smo ponovno vložili 60.000,00 SIT, čez tri leta nameravamo dvigniti 150.000,00 SIT. Banka obrestuje prvih pet let po 10,84 % letni dekurzivni obrestni meri, naslednjih pet let po 9,6 % letni dekurzivni obrestni meri, nato pa do konca obrestovanja po 6 % letni dekurzivni obrestni meri. [7t]

a) Koliko lahko dvignemo čez 8 let, če je kapitalizacija ves čas letna? [2t]

b) Koliko lahko dvignemo čez 8 let, če je kapitalizacija prvih 5 let četrtna, naslednjih 5 let dvomesečna, nato pa do konca obrestovanja mesečna? Obrestovanje je dekurzivno, z relativno obrestno mero. [4t]

2. skupina

- c) Koliko moramo še vložiti čez 6 let, če želimo imeti čez 8 let 400.000,00 SIT in je kapitalizacija enaka kot pri nalogi b? [1t]

3. naloga

Miha se je odločil za rentno varčevanje.

[7t]

a) Koliko bo imel po 10 letih varčevanja, če bo vlagal na začetku vsakega leta po 60.000,00 SIT pri 12 % letni dekurzivni obrestni meri in letni kapitalizaciji? [1t]

b) Koliko mora vlagati na začetku vsakega leta 10 let pri $p = 12\%$ p.a. in četrtni kapitalizaciji, da bo privarčeval 2.000.000,00 SIT? Obrestovanje je relativno. [2t]

2. skupina

- c) Koliko bo privarčeval v 10 letih, če vlaga na koncu vsakega meseca po 5.000,00 SIT pri $p = 12\%$ p.a. in letni kapitalizaciji, banka pa uporablja mešano obrestovanje?

[2t]

2. skupina

- d) Kolikšno polletno postnumerandno rento bo lahko prejemal 5 let po zadnji vlogi, če je najprej vlagal 10 let na začetku vsakega leta po 60.000,00 SIT pri $p = 12\%$ p.a., četrletni kapitalizaciji in se pod enakimi pogoji obrestuje tudi renta? Obrestovanje je relativno. [2t]

4. naloga

Glavnica 30.000,00 SIT se obrestuje 3 leta po $p_1 = 9\%$ p.a., nato še 5 let po $p_2 = 10,5\%$ p.a.. [7t]

a) Izračunaj končno glavnico, če je kapitalizacija mesečna in obrestovanje konformno. [2t]

b) Koliko časa se mora še obrestovati pri $p = 11\%$ p.a. in mesečni kapitalizaciji, da bo narasla na 80.000,00 SIT? Obrestovanje je konformno. [3t]

2. skupina

- c) Po kolikšni letni dekurzivni obrestni meri in mesečni kapitalizaciji se mora končna glavnica iz naloge a) obrestovati še 4 leta, da bo narasla na 100.000,00 SIT? Obrestovanje je konformno. [2t]

1. Državno tekmovanje iz znanja poslovne matematike
za srednje šole za srebrno priznanje

šolsko leto 2002/2003

1. skupina (nižja stopnja zahtevnosti)

Rešitve

Datum: petek, 11. 4. 2003

Čas pisanja: od 9.45 do 11.45

Kraj tekmovanja: Srednja ekonomska šola Celje

Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik, ravnilo, žepno računalo.

Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.

Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.

Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.

Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti.

Kjer naloga zahteva, napišite odgovor in ga utemeljite.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	Skupaj	Možne točke
7	7	7	7	28	28

Veliko uspeha pri popravljanju nalog!

1. skupina - točkovnik

1. naloga

V tiskarni so konec lanskega leta natisnili 60000 žepnih koledarjev, dimenzije 6 cm × 3 cm. Zanje so porabili 120 kg papirja. [7t]

- a) Koliko izvodov bodo lahko natisnili letos, če bodo koledarji veliki 4 cm × 4 cm, v tiskarni pa bodo imeli na voljo za 20 kg manj papirja? Uporabili bodo tudi za 10 % tanjši papir. [3t]

$$\begin{array}{ccccc} 60000 \text{ kom} & 6 \text{ cm} & 3 \text{ cm} & 120 \text{ kg} & 100 \% \\ \uparrow & \downarrow & \downarrow & \uparrow & \downarrow \\ x & 4 \text{ cm} & 4 \text{ cm} & 100 \text{ kg} & 90 \% \\ & & [2t] & & \end{array}$$

$$x = \frac{60000 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 100 \cdot 100}{4 \cdot 4 \cdot 120 \cdot 90} = 62500 \text{ izvodov} \quad [1t]$$

- b) Primerjajte število izvodov v lanskem in letošnjem letu in razliko izrazite:

- absolutno. [2t]

$$62500 - 60000 = 2500 \quad [1t]$$

Odgovor: Letos bo tiskarna natisnila 2500 izvodov žepnih koledarjev več kot lani. [1t]

- relativno. [2t]

$$\begin{array}{ll} 60000 & \dots\dots\dots 100 \% \\ 2500 & \dots\dots\dots x \% \\ & [1t] \end{array}$$

$$x = \frac{2500 \cdot 100}{60000} = 4,17 \% \quad [1t]$$

Odgovor: Letos bo tiskarna natisnila za 4,17 % izvodov žepnih koledarjev več kot lani.

1. skupina - točkovnik

2. naloga

Po kakšnem menjalnem tečaju EUR za 1 USD je nemško podjetje prodalo v ZDA 15 ton blaga, če je iztržilo 3.500,00 USD, cena za 1 kg v Nemčiji pa je 0,26 EUR? [7t]

a) Pri izvozu niso imeli dodatnih stroškov. [2t]

x EUR	1 USD
3500 USD	15 t
1 t	1000 kg
1 kg	0,26 EUR
		[1t]

$$x = \frac{15 \cdot 1000 \cdot 0,26}{3500} = 1,11 \text{ EUR/USD} \quad [1t]$$

b) Od iztržka so plačali posredniku 5 % provizijo, država pa je izvoz subvencionirala s 3 % od čistega iztržka. [3t]

x EUR	1 USD
3500 USD	15 t
1 t	1000 kg
1 kg	0,26 EUR
		[1t]

100 USD	95 USD
100 USD	103 USD
		[1t]

$$x = \frac{15 \cdot 1000 \cdot 0,26 \cdot 95 \cdot 103}{100 \cdot 3500 \cdot 100} = 1,09 \text{ EUR/USD} \quad [1t]$$

c) Kolikšen bo iztržek, če izvoznik nima dodatnih stroškov, tečaj iz točke a) pa se poveča za 5 %? [2t]

Tečaj iz a) je 1,114285714 EUR za 1 USD.

$$1,114285714 \cdot 1,05 = 1,17$$

x USD	15000 kg
1 kg	0,26 EUR
1,17 EUR	1 USD
		[1t]

$$x = \frac{15000 \cdot 0,26}{1,17} = 3.333,33 \text{ USD} \quad [1t]$$

3. naloga

V skladu za nagrade je bilo lani 1.000.000,00 SIT. Prva nagrada je bila 75 % celotnega zneska, druga nagrada je bila za 15.000,00 SIT večja od tretje, četrta pa za 35 % manjša od druge. [7t]

a) Koliko SIT so znašale posamezne nagrade? [2t]

1. nagrada	75 % od 1.000.000	750.000,00 SIT
2. nagrada	x	100.000,00 SIT
3. nagrada	$x - 15000$	85.000,00 SIT
4. nagrada	$0,65 \cdot x$	65.000,00 SIT

[1t]

$$750000 + x + x - 15000 + 0,65 \cdot x = 1000000$$

$$2,65 \cdot x = 265000$$

$$x = 100000 \quad [1t]$$

b) Nagradni sklad se je letos povečal za 30 %. Prva in četrta nagrada sta ostali enaki lanskima. Druga in tretja nagrada sta v razmerju 5 : 3. Kolikšne so letos posamezne nagrade? [2t]

1. nagrada	750.000,00 SIT
2. nagrada	303.125,00 SIT
3. nagrada	181.875,00 SIT
4. nagrada	65.000,00 SIT

[1t]

$$5 \cdot x + 3 \cdot x = 485000$$

$$x = 60625 \quad [1t]$$

$$5 \cdot x = 303125 \quad 3 \cdot x = 181875$$

c) Kolikšne bi bile letos nagrade, če je prvi kandidat dosegel vseh možnih 31 točk, drugi 26 točk, naslednja dva pa sta si delila 3. mesto s po 25 točkami. Za vsako izgubljeno točko glede na prvouvrščenega se nagrada zmanjša za 70.000,00 SIT. [3t]

1. nagrada	x	622.500,00 SIT
2. nagrada	$x - 350000$	272.500,00 SIT
3. nagrada	$x - 420000$	202.500,00 SIT
4. nagrada	$x - 420000$	202.500,00 SIT

[1t]

$$4 \cdot x - 1190000 = 1300000 \quad [1t]$$

$$4 \cdot x = 2490000$$

$$x = 622500 \quad [1t]$$

4. naloga

V nekem slovenskem zdravilišču polnijo bazene s termalno vodo iz izvira, ki ima temperaturo 54°C .

- a) V malem termalnem bazenu je temperatura vode 38°C . Bazen je dolg 7 m, širok 3 m, višina vode je 1,5 m. Koliko navadne vode morajo priliti 20 m^3 vode iz izvira? [1t]

$$\begin{aligned} V &= 7 \cdot 3 \cdot 1,5 = 31,5 \text{ m}^3 \\ x &= 31,5 - 20 = 11,5 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

- b) Kakšna mora biti v tem primeru temperatura navadne vode? [2t]

$$\begin{aligned} 20 \cdot 54 + 11,5 \cdot x &= 31,5 \cdot 38 && [1t] \\ x &= \frac{31,5 \cdot 38 - 20 \cdot 54}{11,5} \\ x &= 10,17^{\circ}\text{C} && [1t] \end{aligned}$$

- c) Večji plavalni bazen je 2-krat daljši in za polovico širši, voda pa je za 30 % globlja kot v malem termalnem bazenu. Izračunajte volumen vode v velikem plavalnem bazenu. [1t]

$$\begin{aligned} \text{dolžina} & 7 \cdot 2 = 14 \text{ m} \\ \text{globina vode} & 1,5 \cdot 1,3 = 1,95 \text{ m} \\ \text{širina} & 1,5 \cdot 3 = 4,5 \text{ m} \\ V &= 14 \cdot 1,95 \cdot 4,5 = 122,85 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

- d) Uprava zdravilišča je pocenila vstopnice za bazen. S tem so privabili za 40 % več obiskovalcev dnevno, kot jih je bilo prej. Tako so dnevni prihodek povečali za 15 %. Za koliko % so znižali cene vstopnic? [3t]

$$\begin{aligned} p &= o \cdot v && [1t] \\ 1,15 \cdot p &= 1,4 \cdot o \cdot x \cdot v \\ 1,15 \cdot o \cdot v &= 1,4 \cdot o \cdot x \cdot v \\ x &= \frac{1,15}{1,4} \\ x &= 0,82 && [1t] \end{aligned}$$

Odgovor: Cene vstopnic so se znižale za 18 %. [1t]

1. Državno tekmovanje iz znanja poslovne matematike
za srednje šole za zlato priznanje

šolsko leto 2002/2003

2. skupina (višja stopnja zahtevnosti)

Rešitve

Datum: petek, 11. 4. 2003

Čas pisanja: od 9.45 do 11.45

Kraj tekmovanja: Srednja ekonomska šola Celje

Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik, ravnilo, žepno računalo.

Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.

Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.

Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.

Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti.

Kjer naloga zahteva, napišite odgovor in ga utemeljite.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	Skupaj	Možne točke
7	7	7	7	28	28

Veliko uspeha pri popravljanju nalog!

2. skupina - točkovnik

1. naloga

Neki dolg je zapadel v plačilo 23. 11. 2002. Če bi ta dolg vrnilo 10. 9. 2002, bi z 8,5% diskontnimi obrestmi vred znašal 275.174,80 SIT. [7t]

a) S kolikšnim zneskom bi ta dolg poravnali ob roku? [2t]

$$G^- = 275174,80, \quad d_1 = 74, \quad p_1 = 8,5$$

$$G^- = G \cdot \left(1 - \frac{p \cdot d}{36500}\right)$$
$$G = \frac{275174,80}{1 - \frac{p \cdot d}{36500}} = \frac{275174,80}{1 - \frac{8,5 \cdot 74}{36500}} \quad [1t]$$
$$G = 280.000,00 \text{ SIT} \quad [1t]$$

b) S kolikšnim zneskom bi poravnali dolg, če bi zamudili s plačilom 20 dni pri 16 % letni zamudni obrestni meri? [2t]

$$G = 280000, \quad p = 16, \quad d_2 = 20$$

$$G^+ = G \cdot \left(1 + \frac{p \cdot d}{36500}\right)$$
$$G^+ = 280000 \cdot \left(1 + \frac{16 \cdot 20}{36500}\right) \quad [1t]$$
$$G^+ = 282.454,80 \text{ SIT} \quad [1t]$$

2. skupina - točkovnik

- c) Kdaj (navedi datum) moramo poravnati dolg, da ne bomo z obrestmi vred plačali več kot 300.000,00 SIT? [2t]

$$o = 20000, \quad p = 16, \quad G = 280000$$

$$o = \frac{G \cdot p \cdot d}{36500}$$
$$20000 \cdot 36500 = 280000 \cdot 16 \cdot d$$
$$d = \frac{20000 \cdot 36500}{280000 \cdot 16} = 162 \quad [1t]$$

N	D	J	F	M	A	M
7	31	31	28	31	30	4

Odgovor: 4. 5. 2003 (letos) [1t]

- d) Za koliko % bo plačilo pri nalogi b) večje od plačila pri nalogi a? [1t]

$$G = 280000,00$$
$$G^+ = 282454,80$$

$$\begin{array}{l} 280000,00 \dots\dots\dots 100 \\ 2454,80 \dots\dots\dots x \end{array}$$

$$o = 2454,80$$
$$x = \frac{2454,80 \cdot 100}{280000} = 0,88 \%$$

2. naloga

Pred šestimi leti smo v banko vložili 125.000,00 SIT, pred dvema letoma smo ponovno vložili 60.000,00 SIT, čez tri leta nameravamo dvigniti 150.000,00 SIT. Banka obrestuje prvih pet let po 10,84 % letni dekurzivni obrestni meri, naslednjih pet let po 9,6 % letni dekurzivni obrestni meri, nato pa do konca obrestovanja po 6 % letni dekurzivni obrestni meri. [7t]

a) Koliko lahko dvignemo čez 8 let, če je kapitalizacija ves čas letna? [2t]

$$\begin{aligned}
 G_n &= 125000 \cdot r_1^5 \cdot r_2^5 \cdot r_3^4 + 60000 \cdot r_1^1 \cdot r_2^5 \cdot r_3^4 - 150000 \cdot r_2^1 \cdot r_3^4 & [1t] \\
 G_{14} &= 125000 \cdot 1,1084^5 \cdot 1,096^5 \cdot 1,06^4 + \\
 &\quad + 60000 \cdot 1,1084 \cdot 1,096^5 \cdot 1,06^4 - \\
 &\quad - 150000 \cdot 1,096 \cdot 1,06^4 \\
 G_{14} &= 417511,8731 + 132777,3508 - 207551,2122 \\
 G_{14} &= 342.738,01 \text{ SIT} & [1t]
 \end{aligned}$$

b) Koliko lahko dvignemo čez 8 let, če je kapitalizacija prvih 5 let četrtna, naslednjih 5 let dvomesečna, nato pa do konca obrestovanja mesečna? Obrestovanje je dekurzivno, z relativno obrestno mero. [4t]

$$\begin{aligned}
 G_{14} &= 125000 \cdot 1,0271^{20} \cdot 1,016^{30} \cdot 1,005^{48} + & [1t] \\
 &\quad + 60000 \cdot 1,0271^4 \cdot 1,016^{30} \cdot 1,005^{48} - & [1t] \\
 &\quad - 150000 \cdot 1,016^6 \cdot 1,005^{48} & [1t] \\
 G_{14} &= 436462,3635 + 136579,1388 - 209616,0202 \\
 G_{14} &= 363.425,48 \text{ SIT} & [1t]
 \end{aligned}$$

c) Koliko moramo še vložiti čez 6 let, če želimo imeti čez 8 let 400.000,00 SIT in je kapitalizacija enaka kot pri nalogi b? [1t]

$$\begin{aligned}
 363425,4821 + x \cdot r^{24} &= 400000 \\
 x \cdot r^{24} &= 400000 - 363425,4821 \\
 x &= \frac{400000 - 363425,4821}{1,005^{24}} = 32.448,39 \text{ SIT}
 \end{aligned}$$

3. naloga

Miha se je odločil za rentno varčevanje.

[7t]

- a) Koliko bo imel po 10 letih varčevanja, če bo vlagal na začetku vsakega leta po 60.000,00 SIT pri 12 % letni dekurzivni obrestni meri in letni kapitalizaciji? [1t]

$$p = 1, \quad m = 1, \quad r = 1,12$$

$$S_{10}^{(z)} = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5 + ar^6 + ar^7 + ar^8 + ar^9 + ar^{10}$$

$$S_{10}^{(z)} = ar(1 + r + r^2 + r^3 + r^4 + r^5 + r^6 + r^7 + r^8 + r^9)$$

$$S_{10}^{(z)} = ar \left(\frac{r^{10} - 1}{r - 1} \right) = 60000 \cdot 1,12 \cdot \left(\frac{1,12^{10} - 1}{1,12 - 1} \right)$$

$$S_{10}^{(z)} = 1,179.275,00 \text{ SIT}$$

- b) Koliko mora vlagati na začetku vsakega leta 10 let pri $p = 12\%$ p.a. in četrtletni kapitalizaciji, da bo privarčeval 2.000.000,00 SIT? Obrestovanje je relativno. [2t]

$$p = 12, \quad m = 4, \quad r = 1,03$$

$$S_{10}^{(z)} = ar^4 + ar^8 + \dots + ar^{36} + ar^{40}$$

$$S_{10}^{(z)} = ar^4 (1 + r^4 + \dots + r^{32} + r^{36})$$

$$S_{10}^{(z)} = ar^4 \left(\frac{r^{40} - 1}{r^4 - 1} \right)$$

$$a = \frac{2000000}{r^4 \left(\frac{r^{40} - 1}{r^4 - 1} \right)} = \frac{2000000}{1,03^4 \left(\frac{1,03^{40} - 1}{1,03^4 - 1} \right)} \quad [1t]$$

$$a = \frac{2000000}{20,28497811} = 98.595,10 \text{ SIT} \quad [1t]$$

2. skupina - točkovnik

- c) Koliko bo privarčeval v 10 letih, če vloga na koncu vsakega meseca po 5.000,00 SIT pri $p = 12\%$ p.a. in letni kapitalizaciji, banka pa uporablja mešano obrestovanje?

[2t]

$$\begin{aligned}
 p &= 12 \\
 A &= a + \frac{a \cdot p \cdot 1}{1200} + a + \frac{a \cdot p \cdot 2}{1200} + \dots + a + \frac{a \cdot p \cdot 11}{1200} \\
 A &= 12a + \frac{a \cdot p}{1200} \cdot 66 \\
 A &= a \left(12 + \frac{p \cdot 66}{1200} \right) = 5000 \left(12 + \frac{12 \cdot 66}{1200} \right) \\
 A &= 63.300,00 \text{ SIT} \quad [1t] \\
 S_{10}^{(k)} &= A + Ar + Ar^2 + \dots + Ar^9, \quad r = 1,12 \\
 S_{10}^{(k)} &= A \left(1 + r + r^2 + \dots + r^9 \right) \\
 S_{10}^{(k)} &= A \left(\frac{r^{10} - 1}{r - 1} \right) = 63300 \left(\frac{1,12^{10} - 1}{1,12 - 1} \right) \\
 S_{10}^{(k)} &= 1.110.834,93 \text{ SIT} \quad [1t]
 \end{aligned}$$

- d) Kolikšno polletno postnumerandno rento bo lahko prejemal 5 let po zadnji vlogi, če je najprej vlagal 10 let na začetku vsakega leta po 60.000,00 SIT pri $p = 12\%$ p.a., četrtletni kapitalizaciji in se pod enakimi pogoji obrestuje tudi renta? Obrestovanje je relativno.

[2t]

$$p = 12, \quad m = 4, \quad r = 1,03$$

$$\begin{aligned}
 ar^{24} + ar^{28} + \dots + ar^{56} + ar^{60} &= b + br^2 + \dots + br^{16} + br^{18} \\
 ar^{24} \left(1 + r^4 + \dots + r^{32} + r^{36} \right) &= b \left(1 + r^2 + \dots + r^{16} + r^{18} \right) \\
 ar^{24} \left(\frac{r^{40} - 1}{r^4 - 1} \right) &= b \left(\frac{r^{20} - 1}{r^2 - 1} \right) \quad [1t] \\
 60000 \cdot 1,03^{24} \left(\frac{1,03^{40} - 1}{1,03^4 - 1} \right) &= b \left(\frac{1,03^{20} - 1}{1,03^2 - 1} \right) \\
 b &= \frac{2198215,60}{13,23663768} = 166.070,54 \text{ SIT} \quad [1t]
 \end{aligned}$$

ali

$$b = \frac{60000 \cdot r^4 \cdot \frac{r^{40} - 1}{r^4 - 1}}{\frac{1}{r^{20}} \cdot \frac{r^{20} - 1}{r^2 - 1}} = 166.070,54 \text{ SIT} \quad [2t]$$

4. naloga

Glavnica 30.000,00 SIT se obrestuje 3 leta po $p_1 = 9\%$ p.a., nato še 5 let po $p_2 = 10,5\%$ p.a.. [7t]

- a) Izračunaj končno glavnico, če je kapitalizacija mesečna in obrestovanje konformno. [2t]

$$G_0 = 30000, \quad n_1 = 3, \quad n_2 = 5, \quad p = 10,5$$

$$G_8 = 30000 \cdot r_1^{36} \cdot r_2^{60} \quad [1t]$$

$$G_8 = 30000 \cdot 1,007207329^{36} \cdot 1,008355156^{60}$$

$$G_8 = 64.004,75 \text{ SIT} \quad [1t]$$

- b) Koliko časa se mora še obrestovati pri $p = 11\%$ p.a. in mesečni kapitalizaciji, da bo narasla na 80.000,00 SIT? Obrestovanje je konformno. [3t]

$$G_n = 80000, \quad G_0 = 64004,75434, \quad m = 12, \quad p = 11$$

$$r_m = 1,008734594$$

$$G_0 \cdot r^{12n} = G_n \quad [1t]$$

$$n = \frac{\log 80000 - \log 64004,75434}{12 \cdot \log 1,008734594} \quad [1t]$$

$$n = \frac{0,096877751}{0,045322978} = 2,14 \text{ let} \quad [1t]$$

- c) Po kolikšni letni dekurzivni obrestni meri in mesečni kapitalizaciji se mora končna glavnica iz naloge a) obrestovati še 4 leta, da bo narasla na 100.000,00 SIT? Obrestovanje je konformno. [2t]

$$G_n = 100000, \quad G_0 = 64004,75434, \quad m = 12, \quad n = 4$$

$$p = 100 \cdot \left(\sqrt[n]{\frac{G_n}{G_0}} - 1 \right)$$

$$p = 100 \cdot \left(\sqrt[4]{\frac{100000}{64004,75434}} - 1 \right) \quad [1t]$$

$$p = 100 \cdot \left(\sqrt[4]{1,562383936} - 1 \right)$$

$$p = 11,80\% \quad [1t]$$