

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtnino točk, kot je naloga vredna. Če pa pušiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk. Da bi se izognili negativnemu končnemu dosežku, ti priznamo začetnih 24 točk.

NALOGE, VREDNE 3 TOČKE

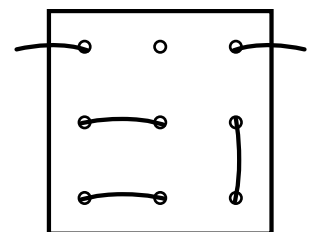
1. Koliko je vrednost izraza $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{\frac{4}{5}}}$?

- (A) $\frac{3}{40}$ (B) $\frac{15}{8}$ (C) $\frac{2}{15}$ (D) $\frac{1}{120}$ (E) $\frac{10}{3}$

2. Jan je narisal pravokotni trikotnik in poleg vsake stranice napisal dolžino le-te. Na kateri spodnji sliki je lahko pravokotni trikotnik, ki ga je narisal Jan?

- (A) (B) (C) (D) (E)

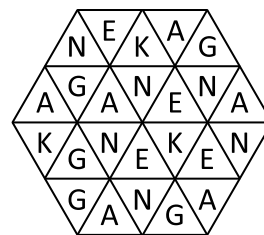
3. Eva je napeljala vrv skozi luknjice v plošči (glej sliko). Kako lahko izgleda Evina plošča, če jo obrnemo na drugo stran?



- (A) (B) (C) (D) (E)

11. Na koliko načinov lahko tvorimo besedo KENGA, če morata sosednji črki v besedi ležati v trikotnikih, ki imata skupno stranico?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6



12. Realni števili x in y zadoščata enačbi $2x^2 + y^2 = 2xy$. Katera izmed naštetih izjav ni pravilna?

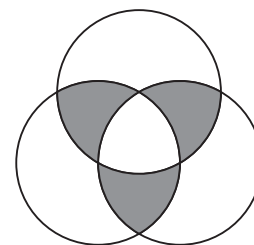
- (A) $x - y = 1$ (B) $x = y$ (C) $x + y = 0$ (D) $x = 2y$
 (E) Enačba ima eno samo rešitev.

13. Za trimestni števili \overline{abc} in \overline{def} velja $\overline{abc} + \overline{def} = 769$. Koliko je $\overline{aecabf} + \overline{dbfdec}$?

- (A) 769000 (B) 769679 (C) 769769 (D) 769976 (E) 869769

14. Vsaka izmed 3 krožnic ima polmer 2 in središče v presečišču drugih 2 krožnic (glej sliko). Koliko je ploščina osenčenega območja?

- (A) π (B) 3π (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) 2π (E) 4π

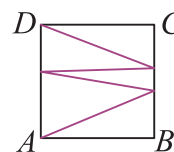


15. Koliko je lahko najmanjša vrednost n , če je vsota 10 zaporednih naravnih števil $n, n + 1, \dots, n + 9$ enaka popolnemu kvadratu?

- (A) 9 (B) 12 (C) 16 (D) 18 (E) 25

16. Dolžina stranice kvadrata $ABCD$ je 1. Točki A in D sta povezani z lomljeno črto, ki se 2-krat dotika stranice BC in 3-krat stranice AD (glej sliko). Koliko je lahko najkrajša dolžina take lomljene črte?

- (A) 4 (B) $\sqrt{17}$ (C) $3\sqrt{2}$ (D) $3 + \sqrt{2}$ (E) $2 + 2\sqrt{3}$



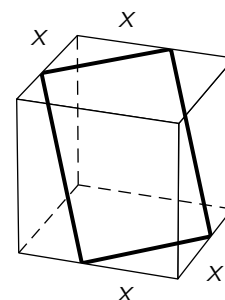
NALOGE, VREDNE 5 TOČK

17. Število $3a$ ima natanko 4 pozitivne delitelje, število $5a$ pa natanko 6 pozitivnih deliteljev. Katera je 1. števka števila $2019a$?

- (A) 1 (B) 3 (C) 8 (D) 9
 (E) Nemogoče je določiti.

18. Dana je kocka, katere rob je dolg 1 enoto. Oglišča pravokotnika ležijo na robovih kocke (glej sliko). Koliko je vrednost števila x , ko je tak pravokotnik kvadrat?

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\frac{5}{4\sqrt{3}}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



19. Za zaporedna praštevila a , b in c , pri čemer je $a < b < c$, velja, da ima kvadratna enačba $ax^2 + cx + b = 0$ celoštevilsko rešitev. Koliko različnih vrednosti ima lahko b ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) Več kot 4.

20. Jure je narisal konveksni večkotnik. Če bi naključno izbral 2 oglišči tega večkotnika, bi bila verjetnost, da sta ti 2 oglišči krajišči diagonale tega večkotnika, enaka 0.8. Koliko oglišč ima večkotnik, ki ga je narisal Jure?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 2019

21. Naj bo M množica vseh vrednosti realnega parametra a , za katere ima enačba $2 - |x| = ax$ z neznanko x natanko 2 rešitvi. Kateri množici je enaka množica M ?

- (A) $(-\infty, -1]$ (B) $(-1, 1)$ (C) $[1, +\infty)$ (D) $\{0\}$ (E) $\{-1, 1\}$

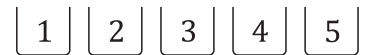
22. Funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je dana s predpisom $f(x) = x^2 - 2017x + 1009^2$, za funkcijo $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pa velja, da je $f \circ g = g \circ f$. Naj bo a enolična celoštevilski rešitev enačbe $g(x) = x$. Koliko je vrednost a ?

- (A) 1 (B) 1008 (C) 1009 (D) 2017 (E) 2018

23. Jakob je v vrsto napisal števila od 1 do 17, vsako samo enkrat, tako da je bila vsota vsakih 2 zaporedno zapisanih števil popolni kvadrat. Katero število je Jakob napisal na sredino vrste?

- (A) 3 (B) 4 (C) 12 (D) 13 (E) 14

24. Ajda, Anja, Ana, Aria in Anka so sedele v kinodvorani v zadnji vrsti na sedežih od 1 do 5, ne nujno v tem vrstnem redu (glej sliko).
Med predstavo je Ajda odšla na stranišče. Ko se je vrnila, je ugotovila, da se je Anja presedla 2 sedeža v desno, Ana 1 sedež v levo, Aria in Anka pa sta zamenjali sedeža, tako da je za Ajdo ostal nezaseden sedež 3. Koliko je bila številka sedeža, na katerem je sedela Ajda, preden je odšla na stranišče?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5