

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

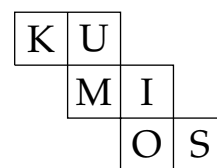
A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10

B1	B2	B3	B4

A1. Katere izmed naslednjih števil je negativno?

- (A) $(-1)^{200}$ (B) $-\frac{(-2)^3}{2}$ (C) $-(-3)^{12}$ (D) $(-1 - 1)^{10}$ (E) $-(-3)$

A2. Iz mreže na desni sliki oblikujemo kocko. Katera črka je napisana na mejni ploskvi, ki leži nasproti mejne ploskve, na kateri je napisana črka S?



- (A) K (B) U (C) M (D) I (E) O

A3. Septembra lani so Združene države Amerike za pomoč svojemu gospodarstvu namenile 700 milijard dolarjev finančne pomoči. Če bi ta denar razdelili med 2 milijona Slovencev, bi vsak prejel

- (A) 350 000 \$ (B) 35 000 \$ (C) 3 500 \$ (D) 350 \$ (E) 35 \$

A4. Vrh hriba in dolino povezujejo 4 poti. Na koliko načinov se lahko povzpne na hrib in z njega spustimo, če se lahko vrnemo po isti poti?

- (A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16
(E) Nič od navedenega.

A5. Urar je izdelal nenavadno uro. Minutni kazalec se vrti kot na običajni uri, urni kazalec pa v nasprotni smeri. Pri testiranju je postavil kazalca v izhodiščni položaj (ura kaže 12.00). Koliko meri manjši kot med kazalcema po treh urah in dvajsetih minutah?

- (A) 140° (B) 150° (C) 165° (D) 175° (E) 220°

A6. Obzidje starega gradu je visoko 1.9 m in ima 2.5 m dolgo senco. Koliko je visok grajski stolp, ki ima ob istem času 41.5 m dolgo senco?

- (A) 54.60 m (B) 40.70 m (C) 31.54 m (D) 20.10 m (E) 10.80 m

A7. Zaloga vode zadošča 60 dni za 84-glavo čredo ovac. Za koliko dni bi zadoščala ta zaloga vode, če bi čredo zmanjšali za 21 ovac?

- (A) 70 dni (B) 75 dni (C) 80 dni (D) 120 dni (E) 240 dni

A8. Pri servisiranju osebnega avtomobila je treba zamenjati olje vsakih 7 500 km, zračni filter vsakih 15 000 km, svečke vsakih 25 000 km, zavorno tekočino vsakih 30 000 km. Po koliko prevoženih kilometrih bo prvič potrebno na servisu hkrati zamenjati olje, zračni filter, svečke in zavorno tekočino?

- (A) 60 000 (B) 90 000 (C) 120 000 (D) 150 000 (E) 300 000

A9. V ravnini ležijo premica p ter premici k in h , ki sta nanjo pravokotni. Katera izmed navedenih trditev ne more biti resnična?

- (A) $k \parallel h$ (B) $k \perp h$ (C) $k \perp p$
 (D) Premici h in p se sekata. (E) Premici k in h nimata skupne točke.

A10. Velikosti notranjih kotov nekega trikotnika, merjene v stopinjah, so $x - 20^\circ$, $2x - 40^\circ$ in $5x$. Koliko je x ?

- (A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 100° (E) 180°

B1. Jan je pripravil 30 litrov pijače iz sadnega sirupa in vode v razmerju 1 : 7. Pijačo je nalil v posodo v obliki valja z notranjim premerom 32 cm in višino 48 cm.

- A Koliko sadnega sirupa in koliko vode je potreboval za pijačo?
 B Kolikšna je prostornina posode?
 C Koliko centimetrov je bila gladina natočene pijače pod zgornjim robom posode?

B2. Dijaki Gregor, Matej in Miran so popravljali pisno oceno pri matematiki. V spodnji tabeli so prikazani rezultati prvega in ponavljalnega testa.

Dijak	Prvi test		Ponavljalni test	
	dosežene točke	možne točke	dosežene točke	možne točke
Gregor	24	60	32	40
Matej	35	70	54	60
Miran	27	90	45	50

A Za vsakega dijaka izračunaj odstotek doseženih točk prvega in ponavljalnega testa. Pri katerem dijaku je razlika odstotkov doseženih točk največja?

B Končni rezultat je enak vsoti $\frac{1}{4}$ doseženega odstotka točk iz prvega testa in $\frac{3}{4}$ doseženega odstotka točk iz ponavljalnega testa.

Kolikšne ocene so dosegli dijaki (glej kriterij na desni)?

Končni rezultat	Ocena
0 – 50	1
51 – 60	2
61 – 75	3
76 – 90	4
91 – 100	5

B3. Trgovina s športno opremo ima privlačno ponudbo: ob nakupu treh izdelkov vsakemu kupcu pripada popust v vrednosti najcenejšega izdelka. Jakob želi kupiti pulover, ki stane 30 evrov, hlače, ki stanejo 50 evrov, in smučarsko čelado, ki stane 20 evrov.

- A Koliko bo Jakob skupaj plačal za nakup puloverja, hlač in smučarske čelade? Koliko odstotkov znaša njegov prihranek glede na skupno prodajno ceno teh treh izdelkov?
 B Zapiši primer nakupa, ko bi bil odstotek popusta največji. Kolikšen bi bil v tem primeru odstotek prihranka glede na skupno prodajno ceno teh treh izdelkov?

B4. Soboslikar je prepleskal steno, ki ima obliko enakokrakega trikotnika z osnovnico, dolgo 32 dm, in krakoma, dolgima 2 m. Z modro barvo je prepleskal 25 % stene, ostali del stene pa z belo barvo. Koliko kvadratnih metrov stene je prepleskal z modro barvo?

Rešitve nalog in točkovnik

Tekmovalec, ki je prišel po katerikoli pravilni metodi do rešitve (četudi točkovnik take ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki

- smiselno upošteva besedilo naloge,
- vodi k rešitvi problema,
- je matematično pravilen in popoln.

V tabeli so zapisani pravilni odgovori izbirnih nalog. Vsak pravilen odgovor točkujemo z 2 točkama, nepravilen z -0.5 točke, če naloga ni rešena, 0 točk.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	C	A	D	A	C	C	D	B	A

- A1** Ker je $(-3)^{12} = 3^{12} > 0$, je $-(-3)^{12} < 0$. Ostala števila so pozitivna.
- A2** Ploskev s črko M je edina ploskev v mreži kocke, ki s ploskvijo s črko S ne more imeti skupnega roba oziroma oglišča, zato sta ploskvi nasprotni.
- A3** Če delimo $700 \cdot 10^9$ \$ z $2 \cdot 10^6$, dobimo $350 \cdot 10^3 = 350\,000$ \$.
- A4** Vseh možnosti je po osnovnem izreku kombinatorike $4 \cdot 4 = 16$.
- A5** Urni kazalec opiše pozitivni kot $90^\circ + \frac{1}{3} \cdot 30^\circ = 100^\circ$, minutni kazalec pa negativni kot 120° . Manjši kot med kazalcema je $360^\circ - (100^\circ + 120^\circ) = 140^\circ$.
- A6** Označimo višino stolpa z x . Iz sorazmerja

$$\frac{1.9 \text{ m}}{2.5 \text{ m}} = \frac{x}{41.5 \text{ m}}$$

tedaj sledi $x = 31.54$ m.

- A7** V okrnjeni čredi je 63 živali. Zaradi obratnega sorazmerja sledi

$$60 \cdot 84 = 63 \cdot n,$$

kjer je n število dni. Za 63 živali bo voda zadoščala za 80 dni.

- A8** Najmanjši skupni večkratnik števil 7500, 15000, 25000 in 30000 je 150000.

- A9** Premici k in h sta vzporedni, kar sta pravokotni na p .

- A10** Vsota notranjih kotov v trikotniku je 180° . Iz enačbe

$$(x - 20^\circ) + (2x - 40^\circ) + 5x = 180^\circ$$

sledi $x = 30^\circ$.

DALJŠE NALOGE

- B1. A** Iz razmerja 1 : 7 zapišemo enačbo $8x = 30$. Sorazmernostni koeficient je $x = 3.75$.
 $x = 3.75$ 1 točka
 Zapisan odgovor: Jan potrebuje 3.75 l soka in 26.25 l vode. 1 točka

B Uporabimo formulo za prostornino valja

$V = \pi r^2 v \doteq 3.14 \cdot 1.6^2 \cdot 4.8 = 38.6 \text{ l} = 386 \text{ dl}$ 1 točka

C Pijača seže do višine

$v_1 = \frac{V_1}{\pi r^2} \doteq \frac{30}{3.14 \cdot 1.6^2} \doteq 3.73 \text{ dm} \doteq 37 \text{ cm}$ 1 točka

Gladina natočene pijače je približno

$v - v_1 = 48 \text{ cm} - 37 \text{ cm} = 11 \text{ cm}$ pod robom posode. 1 točka

- B2. A** Odstotki doseženih točk so:

Dijak	prvi test	ponavljalni test
Gregor	$\frac{24}{60} = 0,4 = 40\%$	$\frac{32}{40} = 0,8 = 80\%$
Matej	$\frac{35}{70} = 0,5 = 50\%$	$\frac{34}{40} = 0,9 = 90\%$
Miran	$\frac{27}{90} = 0,3 = 30\%$	$\frac{60}{50} = 0,9 = 90\%$

..... 1 točka

Razlika je največja pri Miranu. 1 točka

B Ocene dijakov so:

Dijak	Ocena
Gregor	$0,25 \cdot 0,4 + 0,75 \cdot 0,8 = 0,70 = 70\%$ 3
Matej	$0,25 \cdot 0,5 + 0,75 \cdot 0,9 = 0,80 = 80\%$ 4
Miran	$0,25 \cdot 0,3 + 0,75 \cdot 0,9 = 0,75 = 75\%$ 3

Ocene dijakov so Gregor - 3, Matej - 4, Miran - 3. 3 točke
 (Dijak dobi 1 točko za vsako pravilno določeno oceno, če je razvidna pravilna pot reševanja.)

- B3. A** Jakob je za nakup plačal 80 EUR. 1 točka
 Njegov prihranek znaša 20 EUR, kar je 20%. 2 točki

B Recimo, da izdelki stanejo a , b in c evrov, kjer je $a \leq b \leq c$. Potek za prihranek velja $\frac{a}{a+b+c} \leq \frac{a}{a+a+a} = \frac{1}{3}$. Enakost velja, le če je $a = b = c$. (Tekmovalcem tega ni
 Če bi izbrali 3 cenovno enakovredne izdelke, bi bil prihranek v odstotkih največji. .. 1 točka

Prihranek je približno 33.3%. 1 točka

- B4.** Izračunana višina trikotnika: $v = \sqrt{20^2 - 16^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ dm}$ 2 točki

Izračunana ploščina trikotnika: $S = \frac{32 \cdot 12}{2} = 192 \text{ dm}^2$ 1 točka

Površina modrega dela: $192 \cdot 0.25 = 48 \text{ dm}^2$ 1 točka

Odgovor: Z modro barvo je prepleskal 0.48 m^2 1 točka

(Dijak dobi zadnjo točko za pravilno pretvarjanje enot.)