**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

6. državno tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol

22. april 2006

I. del: KRATKE NALOGE

Navodilo: V nalogah od A1 do A6 izberite črko pred pravilnim odgovorom in jo vpišite v preglednico pod ustrezno zaporedno številko. Le en odgovor je pravilen. Pravilni odgovor bo ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za vpisan nepravilni odgovor eno točko odšteli. Če pustite polje v preglednici prazno, dobite 0 točk.

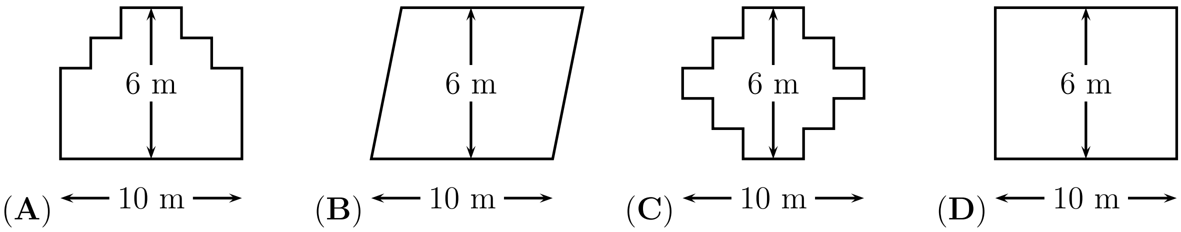
Upoštevajte, da je treba v času 90 minut rešiti naloge prvega in drugega dela.

A1	A2	A3	A4	A5	A6

A1. Na sprejem k županu je bilo povabljenih 7 nagrajencev. Župan se je rokoval z vsakim od njih, pa tudi vsi nagrajenci so se med seboj rokovali. Koliko je bilo vseh rokovanj?

(**A**) 21 (**B**) 28 (**C**) 36 (**D**) 42 (**E**) 56

A2. Na voljo imamo 32 m žične ograje, visoke 1,2 m. Z njo želimo ograditi vrtno gredico. Spodnje slike predstavljajo načrte različnih vrtnih gredic. Katere izmed njih ne bi mogli ograditi z razpoložljivo žično ograjo?



(**A**) (**B**) (**C**) (**D**)

(**E**) Nemogoče je določiti.

A3. Katera trojica števil predstavlja stranice pravokotnega trikotnika?

(**A**) $(3,\ 4,\ 6)$ (**B**) $\left(1,\ \frac{1}{4},\ \frac{15}{16}\right)$ (**C**) $(14,\ 49,\ 50)$

(**D**) $\left(\frac{3}{4},\ 1,\ 1\frac{1}{4}\right)$ (**E**) $(6,\ 7,\ 8)$

A4. Teta Micka deli vsem svojim nečakom in nečakinjam čokoladice. Če da vsakemu po 5 čokoladic, ji v roki ostane 13 čokoladic; če pa da vsakemu po 7 čokoladic, ji v roki ostanejo le še tri. Koliko nečakov in nečakinj ima teta Micka?

(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6 (**E**) 10

A5. Urar je izdelal nenavadno uro. Minutni kazalec se vrti kot na običajni uri, urni kazalec pa enako hitro kot urni kazalec na običajni uri, vendar v nasprotni smeri. Pri testiranju je postavil kazalca v izhodiščni položaj (12.00). Kolikšen je manjši kot med kazalcema po treh urah in dvajsetih minutah?

(**A**) 140° (**B**) 150° (**C**) 190° (**D**) 210° (**E**) 220°

A6. En rob kvadra podaljšamo za 10 %, drugega za 20 % in tretjega za 25 %. Za koliko odstotkov se poveča prostornina kvadra?

(**A**) 60 % (**B**) 65 % (**C**) 69 % (**D**) 72 % (**E**) 90 %

6. državno tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol

22. april 2006

II. del: DALJŠE NALOGE

Navodilo: Naloge od B1 do B4 drugega dela rešujte na priloženem papirju, kamor vpisujte celotne račune. Vsako nalogo skrbno preberite in odgovorite na zastavljena vprašanja. Rešitev vsake izmed teh nalog bo ocenjena z 0 do 7 točkami.

Upoštevajte, da je treba v času 90 minut rešiti naloge prvega in drugega dela.

B1. Brata Janko in Peter sta na sejmu prodala čredo 25 krav. Za vsako kravo sta iztržila toliko zlatnikov, kot je bilo krav v čredi. Z izkupičkom sta kupila čredo ovac, za vsako ovco sta plačala 20 zlatnikov. Ostalo jima je še ravno toliko zlatnikov, da sta kupila eno jagnje. Nakupljeno drobnico sta si nato razdelila tako, da je vsak dobil enako število živali. Mlajši Peter je bil pri tem oškodovan, saj je dobil jagnje, za katerega sta plačala manj kot za ovco.

A Koliko zlatnikov sta dobila za čredo krav?

B Koliko zlatnikov je stalo jagnje?

C Koliko zlatnikov bi moral Janko izplačati Petru, da bi bilo premoženje, ki sta ga iztržila od črede krav, pravično razdeljeno?

B2. Andrej je za šolski projekt zbral podatke o svojem gledanju televizije med vikendom. Polovico časa je gledal šport, tretjino časa filme, ves preostali čas pa risanke skupaj z mlajšo sestrico. Risanke sta gledala uro in pol.

SOBOTA	9:30 - 10:30
	13:00 - 15:30
	20:00 - 22:00
NEDELJA	13:00 - 14:30
	20:00 - ?

Do katere ure je Andrej v nedeljo zvečer gledal televizijo? Zapiši odgovor.

B3. Miško se je odpravil na izlet. Po naporni hoji se želi popeljati s taksijem. Taksi Mini zahteva za začetek vožnje 400 tolarjev in 150 tolarjev za vsak prevoženi kilometer, taksi Maksi pa za začetek vožnje 300 tolarjev in 160 tolarjev za vsak prevoženi kilometer.

A Kateri taksi je cenejši, če se Miško želi popeljati od avtobusne postaje na 5 kilometrov oddaljen grad?

B Kateri taksi je cenejši, če se Miško želi popeljati od avtobusne postaje do 15 kilometrov oddaljenega živalskega vrta?

C Koliko kilometrov se naj pelje Miško, da bo znesek pri obeh taksijih enak?

D Kdaj se splača Mišku najeti taksi Maksi in kdaj taksi Mini?

B4. Janko bi želel pripraviti barvo za pleskanje sobe: modro in belo barvo bi rad zmešal v razmerju $3:7$.

A Koliko kilogramov bele barve bi moral primešati k 7,35 kg modre barve, da bi ohranil zgornje razmerje? Rezultat zaokroži na dve decimalki.

B Koliko kilogramov modre in koliko kilogramov bele barve bi moral zmešati, da bi dobil 21,6 kg mešanice v želenem razmerju? Rezultat zaokroži na dve decimalki.

C Ko je Janko pripravil 20 kg mešanice modre in bele barve v razmerju $3:7$, ji je primešal še 1 kg bele barve. V kakšnem razmerju sta bili modra in bela barva v tej mešanici?

Rešitve nalog in točkovnik

Tekmovalec, ki je prišel po katerikoli pravilni metodi do rešitve (četudi točkovnik take ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki
– smiselno upošteva besedilo naloge,
– vodi k rešitvi problema,
– je matematično pravilen in popoln.

Tekmovalec, ki je le delno rešil nalogo, iz sicer pravilnih postopkov reševanja pa ni videti poti do končne rešitve naloge, ne more dobiti več kot polovico možnih točk.

I. DEL

V preglednici so zapisani pravilni odgovori. Pravilni odgovor tekmovalca se točkuje z 2 točkama, nepravilni z -1 točko, prazno polje preglednice pa z 0 točkami.

Naloga	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Odgovor	B	B	D	C	A	B

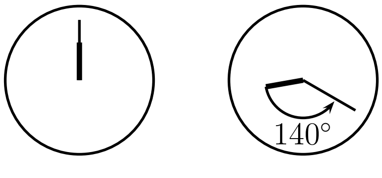
A1. Župan se je rokoval s sedmimi ljudmi, prav tako vsak od nagrajencev. Upoštevati moramo še ista rokovanja *župan - 1. nagrajenec = 1. nagrajenec - župan*, *1. nagrajenec - 2. nagrajenec = 2. nagrajenec - 1. nagrajenec*, itd. Število rokovanj po tem razmisleku izračunamo: $7 \cdot 7 - (1+2+3+4+5+6) = 28$.
Število rokovanj lahko izračunamo tudi kot: $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$.

A2. Obseg vrtnih gredic v primerih (A), (C) in (D) je enak obsegu pravokotnika s stranicama 10 m in 6 m: $2 \cdot 10\ m + 2 \cdot 6\ m = 32\ m$. V primeru (B) je obseg vrtne gredice večji od 32 m, saj gre za paralelogram, katerega osnovnica in njej vzporedna stranica sta dolgi 10 m, drugi dve stranici pa sta daljši od 6 m.

A3. Pitagorov izrek velja za trojico števil $\left(\frac{3}{4},\ 1,\ 1\frac{1}{4}\right)$, ker je $\left(1\frac{1}{4}\right)^2 = 1^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2$. Za ostale trojice števil Pitagorov izrek ne velja.

A4. Število nečakov in nečakinj označimo z x in zapišemo enačbo $5x + 13 = 7x + 3$. Rešitev enačbe $x = 5$.

A5. Na levi sliki sta urni in minutni kazalec v izhodiščnem položaju, na desni pa po treh urah in dvajsetih minutah. V slednjem primeru je kot med njima 140°.



A6. Naj prostornina $V = abc$ predstavlja 100 %. Če podaljšamo en rob za 10 %, drugi za 20 % in tretji za 25 %, je prostornina $V' = 1,1a \cdot 1,2b \cdot 1,25c = 1,65\ V$ oz. 165 % prvotne prostornine. Prostornina se poveča za 65 %.

II. DEL

B1. **A** Za vsako kravo sta iztržila 25 zlatnikov, za čredo 25 krav torej $25 \cdot 25 = 625$ zlatnikov.

B S 625 zlatniki sta lahko kupila 31 ovac, pri čemer jima je ostalo 5 zlatnikov, saj je $625 = 31 \cdot 20 + 5$. Jagnje stane 5 zlatnikov.

C Po delitvi ima Janko 16 ovac, Peter pa 15 ovac in 1 jagnje. Jankova čreda ima vrednost $16 \cdot 20 = 320$ zlatnikov, Petrova pa $15 \cdot 20 + 5 = 305$ zlatnikov. Za pravično razdelitev premoženja, ki sta ga iztržila od krav, bi moral Janko izplačati Petru $\frac{320-305}{2} = 7,5$ zlatnikov.

Točkovnik: Skupaj: 7 točk

A Za čredo sta dobila 625 zlatnikov. .... **2 t**

B Jagnje je stalo 5 zlatnikov. .... **2 t**

C Janko bi moral Petru izplačati 7,5 zlatnika. .... **3 t**

B2. Z x označimo čas, ki ga je Andrej v nedeljo zvečer porabil za gledanje televizije. Andrej je porabil za gledanje televizije v soboto in nedeljo skupno $1\ h + 2,5\ h + 2\ h + 1,5\ h + x\ h = (7 + x)h$.
Upoštevamo, da je gledal šport $\frac{1}{2}$ časa ($\frac{1}{2}(x + 7)$), filme $\frac{1}{3}$ časa ($\frac{1}{3}(x + 7)$) in risanke $1\frac{1}{2}\ h$, in zapišemo enačbo $\frac{7+x}{2} + \frac{7+x}{3} + 1\frac{1}{2} = 7 + x$. Rešitev enačbe $x = 2$. V nedeljo je gledal televizijo do 22. ure.

Točkovnik: Skupaj: 7 točk

Izračunan skupen čas gledanja televizije: $1\ h + 2,5\ h + 2\ h + 1,5\ h + x\ h = (7 + x)h$ **1 t**
Zapis enačbe: $\frac{7+x}{2} + \frac{7+x}{3} + 1\frac{1}{2} = 7 + x$ .... **2 t**
Reševanje in rešitev enačbe: $x = 2$ .... **3 t**
Odgovor, npr.: Andrej je v nedeljo gledal televizijo do 22. ure. .... **1 t**
(Če je dijak uporabil drugačen postopek reševanja od navedenega, ki mora biti viden iz zapisa, in zapisal pravilen odgovor, dobi 7 točk.)

B3. **A** Za vožnjo od avtobusne postaje na 5 km oddaljen grad s taksijem Mini plačamo $400 + 5 \cdot 150 = 1150\ SIT$, s taksijem Maksi pa $300 + 5 \cdot 160 = 1100\ SIT$. Cenejši je taksi Maksi.

B Za vožnjo od avtobusne postaje do 15 km oddaljenega živalskega vrta s taksijem Mini plačamo $400 + 15 \cdot 150 = 2650\ SIT$, s taksijem Maksi pa $300 + 15 \cdot 160 = 2700\ SIT$. Cenejši je taksi Mini.

C Z neznanko x označimo število iskanih kilometrov. Zapišemo enačbo $400 + x \cdot 150 = 300 + x \cdot 160$. Da bo znesek pri obeh taksijih enak, se naj pelje $x = 10$ km.

D Mišku se splača za vožnjo do 10 km najeti taksi Maksi, za vožnjo nad 10 km pa taksi Mini.

Točkovnik: Skupaj: 7 točk

A Izračun in odgovor, npr.: Cenejši je taksi Maksi. .... **2 t**

B Izračun in odgovor, npr.: Cenejši je taksi Mini. .... **2 t**

C Izračun in odgovor, npr.: Da bo znesek pri obeh taksijih enak, se naj pelje 10 km. **2 t**

D Odgovor, npr.: Mišku se splača za vožnjo do 10 km najeti taksi Maksi, za vožnjo nad 10 km pa taksi Mini. .... **1 t**

B4. Razmerje $modra : bela = 3 : 7$

A Zapišemo enačbo $7,35 : x = 3 : 7$ in jo rešimo. Če imamo 7,35 kg modre barve, potrebujemo $x = 17,15$ kg bele barve.

B Zapišemo enačbo $3x + 7x = 21,6$ in jo rešimo. Rešitev $x = 2,16$. Za 21,6 kg mešanice potrebujemo $3x = 6,48$ kg modre barve in $7x = 15,12$ kg bele barve.

C Zapišemo enačbo $3x + 7x = 20$ in jo rešimo. Rešitev $x = 2$. V 20 kg mešanice je $3x = 6$ kg modre barve in $7x = 14$ kg bele barve. Če k mešanici dodamo 1 kg bele barve, je v novi mešanici razmerje barv $modra : bela = 6 : 15 = 2 : 5$.

Točkovnik: Skupaj: 7 točk

A Zapis enačbe: $7,35 : x = 3 : 7$ .... **1 t**
Odgovor, npr.: Če imamo 7,35 kg modre barve, potrebujemo 17,15 kg bele barve. **1 t**

B Zapis enačbe: $3x + 7x = 21,6$ .... **1 t**
Odgovor, npr.: Za 21,6 kg mešanice potrebujemo 6,48 kg modre barve in 15,12 kg bele barve. .... **1 t**

C Izračun in ugotovitev: V 20 kg mešanice je 6 kg modre barve in 14 kg bele barve. .... **2 t**
Odgovor, npr.: Če k mešanici dodamo 1 kg bele barve, je v novi mešanici razmerje barv $modra : bela = 6 : 15$ (ali $modra : bela = 2 : 5$). .... **1 t**

(Za vsak nepravilno zaokrožen rezultat odbijemo 1 točko.)