Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Navodila za izvedbo tekmovanja

Tekmovanje se prične v **četrtek, 21. marca 2013, ob 13.00 uri**. Dijaki lahko rešujejo naloge **90 minut**. Zaradi možnosti hitre komunikacije med tekmovalci po zaključku tekmovanja (e-pošta, mobilni telefoni) lahko pričetek tekmovanja premaknete največ za pol ure (nazaj na 12.30 ali naprej na 13.30).

Izvedba tekmovanja pred dopustnim začetkom reševanja nalog pomeni kršenje tajnosti tekmovalnih nalog in se lahko kaznuje z diskvalifikacijo šole z vseh stopenj tekmovanja iz matematike v tem šolskem letu.

Ker je tekmovanje mednarodno, tekmovalci po tekmovanju NE SMEJO odnesti nalog s seboj, prav tako morajo ostati v tajnosti šolske tekmovalne komisije tudi neizkoriščene tekmovalne pole. Tekmovalcem lahko vrnete njihove izdelke šele 1 mesec po tekmovanju, do takrat pa so na voljo na šoli tekmovalcem le v vpogled.

Na nekaterih šolah nadzorni učitelj v razredu ne nadzira tistih učencev, ki jih poučuje. Če razmere na vaši šoli to možnost dopuščajo, lahko izvedete nadzor na tak način.

Da ne bi tekmovalci reševali nalog z merjenjem, so **nekatere slike namerno narisane kot nenatančne skice**.

Zahvaljujemo se vam, ker se vključujete v tekmovanje in vas lepo pozdravljamo.

Člani komisije za tekmovanje
Mednarodni matematični kenguru

Mednarodni matematični kenguru
21. marec 2013

1. in 2. letnik SŠ, kategorija B

Ime in priimek ____________________

Razred ________ Mentor ____________________

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtino točk, kot je naloga vredna. Če pa pustiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk.

Naloge, vredne 3 točke

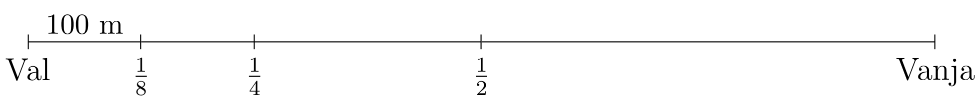
1. S katerim izmed naštetih števil ni deljiva razlika števil 200013 in 2013?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 5 (**D**) 7 (**E**) 11

2. Vsota starosti Line, Nine in Tine je 31 let. Koliko let bo vsota njihovih starosti čez 3 leta?

(**A**) 32 (**B**) 34 (**C**) 35 (**D**) 37 (**E**) 40

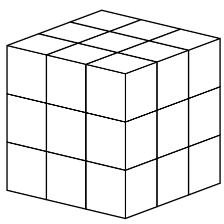
3. Val je na list papirja narisal pot od svoje do Vanjine hiše, nato je označil, kje je $\frac{1}{8}$ poti, kje je $\frac{1}{4}$ poti in kje je $\frac{1}{2}$ poti do Vanjine hiše, na koncu je še označil razdaljo 100 m (glej sliko).

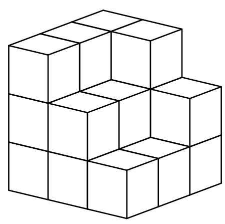


Koliko metrov je dolga pot med Valovo in Vanjino hišo?

(**A**) 300 (**B**) 400 (**C**) 700 (**D**) 800 (**E**) 1000

4. Diana je z majhnimi kockami zgradila večjo kocko (glej levo sliko). Natalija je hotela zgraditi enako kocko kot Diana, a ji je zmanjkalo majhnih kock (glej desno sliko). Najmanj koliko majhnih kock bi še potrebovala Natalija, da bi lahko zgradila enako kocko kot Diana?





(**A**) 5 (**B**) 6 (**C**) 7 (**D**) 8 (**E**) 9

5. Medved Jaka je decembra spal natanko 3 tedne. S katerim računom izračunamo, koliko minut je bil medved Jaka decembra buden?

(**A**) $(31-7)\cdot 3\cdot 24\cdot 60$ (**B**) $(31-7\cdot 3)\cdot 24\cdot 60$ (**C**) $(30-7\cdot 3)\cdot 24\cdot 60$
(**D**) $(31-7)\cdot 24\cdot 60$ (**E**) $(31-7\cdot 3)\cdot 24\cdot 60\cdot 60$

6. Vrednost ulomka $\frac{1111}{101}$ je 11. Koliko je vrednost izraza $\frac{3333}{101}+\frac{6666}{303}$?

(**A**) 5 (**B**) 9 (**C**) 11 (**D**) 55 (**E**) 99

7. Gospa Mlakar je prišla k prodajalcu sladoleda, ki je imel tisti dan akcijsko prodajo (glej sliko), po sladoled, in sicer za vsakega izmed 4 članov družine po 4 kepice sladoleda. Koliko evrov je za kepice sladoleda plačala gospa Mlakar?

Akcija
1 kepica 20 centov
vsaka šesta kepica zastonj

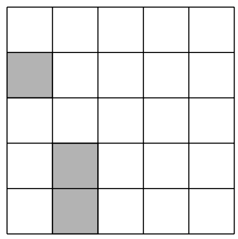
(**A**) 0.80 (**B**) 1.20 (**C**) 2.80 (**D**) 3.20 (**E**) 80

8. Zmnožek 3 izmed števil 2, 4, 16, 25, 50 in 125 je enak 1000. Koliko je vsota teh 3 števil?

(**A**) 70 (**B**) 77 (**C**) 131 (**D**) 143 (**E**) 145

Naloge, vredne 4 točke

9. Gregor se je s sinom igral igro "potapljanje ladjic" na igralni plošči velikosti 5×5. Gregor je na igralno ploščo že postavil 2 *ladji* (glej sliko). Na koliko načinov lahko Gregor postavi na igralno ploščo še preostalo *ladjo* velikosti 3×1, tako da bo prekrila natanko 3 kvadratke na igralni plošči in ne bo imela nobene skupne točke z nobeno od preostalih 2 *ladij*?



(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 7 (**E**) 8

10. Za naravna števila x, y in z velja $x\cdot y=14$, $y\cdot z=10$ in $z\cdot x=35$. Koliko je vrednost izraza $x+y+z$?

(**A**) 10 (**B**) 12 (**C**) 14 (**D**) 16 (**E**) 18

11. Karmen bi rada prodala 10 steklenih zvončkov, katerih cene so: 1 evro, 2 evra, 3 evre, 4 evre, 5 evrov, 6 evrov, 7 evrov, 8 evrov, 9 evrov, 10 evrov. Na koliko načinov lahko Karmen razdeli vse steklene zvončke v tri pakete, tako da bo cena vseh 3 paketov enaka?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4
(**E**) Steklenih zvončkov se ne da razdeliti na tak način.

12. Obseg trapeza je 5 cm, dolžine njegovih stranic, merjene v centimetrih, pa so naravna števila. Koliko stopinj merita manjša izmed kotov trapeza?

(**A**) 30 in 30 (**B**) 60 in 60 (**C**) 45 in 45 (**D**) 30 in 60 (**E**) 45 in 90

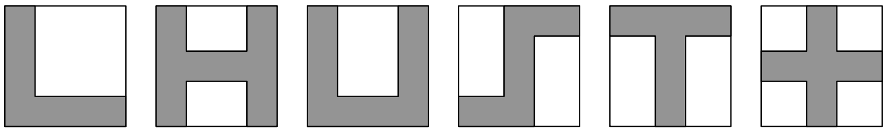
13. Sošolci Aljaž, Andraž, Blaž, Matjaž in Tomaž so se rodili 12. 3. 1998, 12. 4. 1998, 20. 2. 1999, 20. 3. 1999 in 23. 4. 1999, ne nujno v tem vrstnem redu. Aljaž in Tomaž sta se rodila v različnih letih, a v istem mesecu. Prav tako sta se tudi Andraž in Blaž rodila v različnih letih, a v istem mesecu. Aljaž in Blaž sta se rodila v različnih mesecih, a na isti dan. Prav tako sta se tudi Matjaž in Tomaž rodila v različnih mesecih, a na isti dan. Kateri izmed sošolcev je najmlajši?

(**A**) Aljaž (**B**) Andraž (**C**) Blaž (**D**) Matjaž (**E**) Tomaž

14. Koliko je vrednost izraza $4^{15} + 8^{10}$?

(**A**) 2^{15} (**B**) 2^{20} (**C**) 2^{30} (**D**) 2^{31} (**E**) 2^{60}

15. Monika je narisala 6 enakih kvadratov in nato del vsakega izmed kvadratov osenčila (glej sliko).



Koliko izmed narisanih osenčenih območij ima enak obseg, kot je obseg enega kvadrata?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

16. Število n je največje naravno število, za katero je $4n$ trimestno število, število m pa je najmanjše naravno število, za katero je $4m$ trimestno število. Koliko je vrednost izraza $4n - 4m$?

(**A**) 224 (**B**) 225 (**C**) 896 (**D**) 899 (**E**) 900

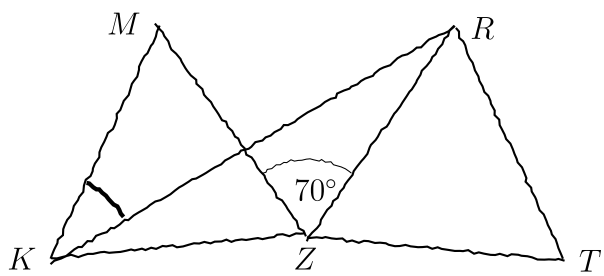
Naloge, vredne 5 točk

17. Eva je v preglednico velikosti 4×4 v zgornje levo kvadratno polje napisala število 3 (glej sliko). Nato je v vsako kvadratno polje napisala število, tako da sta se vsaki 2 števili v kvadratnih poljih, ki imata skupno stranico, razlikovali za 1. Eva je v 1 izmed kvadratnih polj napisala število 9. Koliko različnih števil je v preglednico napisala Eva?

3			

(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 7 (**E**) 8

18. Trikotnik RZT dobimo, če enakostranični trikotnik KZM zavrtimo okrog točke Z za $130°$ v smeri gibanja urnih kazalcev (glej skico). Koliko stopinj meri kot RKM?



(**A**) 20 (**B**) 25 (**C**) 30
(**D**) 35 (**E**) 40

19. Kateri izmed naslednjih izrazov ima največjo vrednost?

(**A**) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{13}$ (**B**) $\sqrt{20} \cdot 13$ (**C**) $20 \cdot \sqrt{13}$ (**D**) $\sqrt{201} \cdot 3$ (**E**) $\sqrt{2013}$

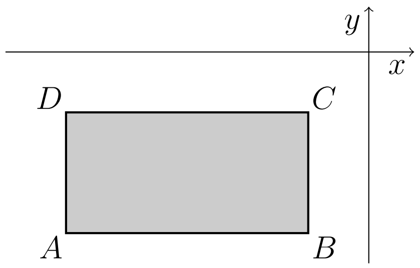
20. Ana, Meta in Lenart so imeli na glavi kapo, ki je bila samo rdeče ali samo zelene barve. O svojih kapah so izjavili:

Ana: "Moja kapa je enake barve kot Metina."
Meta: "Moja kapa je enake barve kot Lenartova."
Lenart: "Natanko 2 izmed nas imata kapo rdeče barve."

Nobena izmed teh 3 izjav ni bila resnična. Katera izmed naslednjih izjav je resnična?

(**A**) Anina kapa je zelene barve.
(**B**) Metina kapa je zelene barve.
(**C**) Lenartova kapa je rdeče barve.
(**D**) Anina in Lenartova kapa sta različnih barv.
(**E**) Nobena od predhodnih 4 izjav ni resnična.

21. Pravokotnik $ABCD$, katerega stranice so vzporedne s koordinatnima osema, leži pod osjo x in levo od osi y (glej sliko). Za vsako izmed oglišč pravokotnika A, B, C in D izračunamo količnik med njegovo koordinato y in njegovo koordinato x. Za katero izmed oglišč ima količnik najmanjšo vrednost?



(**A**) A (**B**) B (**C**) C (**D**) D
(**E**) Nemogoče je določiti.

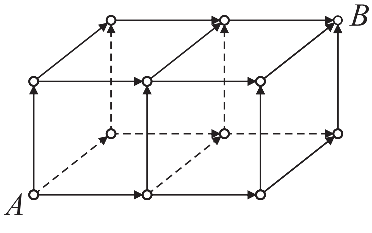
22. Janez in njegov sin sta se rodila v istem stoletju. Janez je leta 2013, ko je imel rojstni dan, zmnožil svojo in sinovo starost in dobil vrednost 2013. Katerega leta se je rodil Janez?

(**A**) 1952 (**B**) 1953 (**C**) 1981 (**D**) 1982
(**E**) Nemogoče je določiti.

23. Nejc je v naraščajočem vrstnem redu napisal na tablo vsa štirimestna naravna števila, v katerih nastopajo enake 4 števke kot v številu 2013. Koliko je največja razlika med zaporednima številoma na tabli?

(**A**) 198 (**B**) 693 (**C**) 702 (**D**) 703 (**E**) 793

24. Koliko je vseh možnih poti od točke A do točke B, če se lahko premikamo samo po označenih poteh v smeri puščic (glej sliko)?



(**A**) 6 (**B**) 8 (**C**) 9 (**D**) 12 (**E**) 15

Mednarodni matematični kenguru
21. marec 2013

3. in 4. letnik SŠ, kategorija B

Ime in priimek ______________________

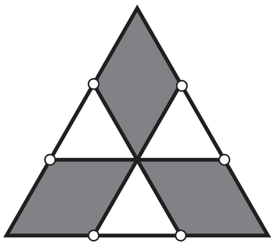
Razred ________ Mentor ______________________

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtino točk, kot je naloga vredna. Če pa pustiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk.

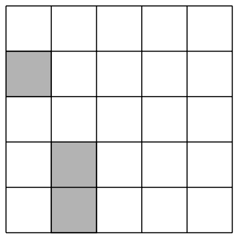
Naloge, vredne 3 točke

1. Tilen je vsako izmed stranic enakostraničnega trikotnika razdelil na 3 enako dolge dele in nato narisal 3 daljice, tako da je bila vsaka izmed daljic vzporedna 1 izmed stranic trikotnika (glej sliko). Ploščina enakostraničnega trikotnika je 9 cm^2. Koliko kvadratnih centimetrov je ploščina osenčenega območja?



(**A**) 1 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6 (**E**) 7

2. Gregor se je s sinom igral igro "potapljanje ladjic" na igralni plošči velikosti 5×5. Gregor je na igralno ploščo že postavil 2 *ladji* (glej sliko). Na koliko načinov lahko Gregor postavi na igralno ploščo še preostalo *ladjo* velikosti 3×1, tako da bo prekrila natanko 3 kvadratke na igralni plošči in ne bo imela nobene skupne točke z nobeno od preostalih 2 *ladij*?



(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 7 (**E**) 8

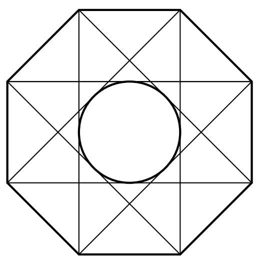
3. Peter in Petra sta stala na nasprotnih straneh okrogle cvetlične gredice v parku. Nato sta hkrati začela teči okrog gredice v smeri gibanja urnih kazalcev. Petrova hitrost je $\frac{9}{8}$ Petrine hitrosti. Koliko krogov je pretekla Petra, preden jo je Peter prvič dohitel?

(**A**) 2 (**B**) 4 (**C**) 8 (**D**) 9 (**E**) 72

4. Vrednost katerega izmed naslednjih izrazov je največja?

(**A**) $201 \cdot 3$ (**B**) 2^{0+13} (**C**) 20^{13} (**D**) 201^3 (**E**) $20 \cdot 13$

5. Osem diagonal pravilnega osemkotnika, katerega stranica je dolga 10 cm, omejuje nov pravilni osemkotnik, v katerega je včrtana krožnica (glej sliko). Koliko centimetrov meri polmer te krožnice?



(**A**) 2 (**B**) 2.5 (**C**) 5 (**D**) 7.5 (**E**) 10

6. Na ladji je bilo 5 družin. Kapitan ladje je izračunal, koliko je aritmetična sredina števila otrok v družini na ladji. Katerega izmed naslednjih števil kapitan ladje ni mogel dobiti?

(**A**) 0.2 (**B**) 1.2 (**C**) 2.2 (**D**) 2.4 (**E**) 2.5

7. Vrednost ulomka $\frac{1111}{101}$ je 11. Koliko je vrednost izraza $\frac{3333}{101} + \frac{6666}{303}$?

(**A**) 5 (**B**) 9 (**C**) 11 (**D**) 55 (**E**) 99

8. Aleks je ob polnoči prižgal 1. svečo in nato vsakih 10 min naslednjo. Vsaka sveča gori 40 min in nato ugasne. Koliko sveč je gorelo 55 min po polnoči?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

Naloge, vredne 4 točke

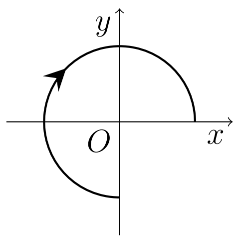
9. Za naravna števila x, y in z velja $x \cdot y = 14$, $y \cdot z = 10$ in $z \cdot x = 35$. Koliko je vrednost izraza $x + y + z$?

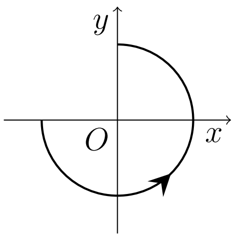
(**A**) 10 (**B**) 12 (**C**) 14 (**D**) 16 (**E**) 18

10. Sošolci Aljaž, Andraž, Blaž, Matjaž in Tomaž so se rodili 12. 3. 1998, 12. 4. 1998, 20. 2. 1999, 20. 3. 1999 in 23. 4. 1999, ne nujno v tem vrstnem redu. Aljaž in Tomaž sta se rodila v različnih letih, a v istem mesecu. Prav tako sta se tudi Andraž in Blaž rodila v različnih letih, a v istem mesecu. Aljaž in Blaž sta se rodila v različnih mesecih, a na isti dan. Prav tako sta se tudi Matjaž in Tomaž rodila v različnih mesecih, a na isti dan. Kateri izmed sošolcev je najmlajši?

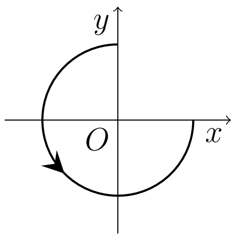
(**A**) Aljaž (**B**) Andraž (**C**) Blaž (**D**) Matjaž (**E**) Tomaž

11. Iza je narisala $\frac{3}{4}$ krožnice s središčem v točki O, na krožni lok je narisala tudi puščico (glej sliko). Najprej je $\frac{3}{4}$ krožnice z označeno puščico zavrtela okrog točke O za $90°$ v obratni smeri gibanja urnih kazalcev, nato pa dobljeno še prezrcalila čez os x. Kaj je Iza dobila na koncu?

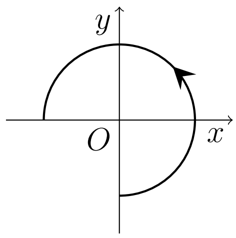




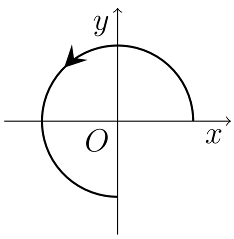
(**A**)



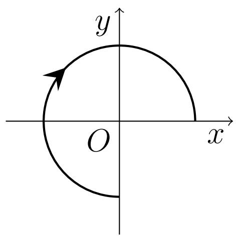
(**B**)



(**C**)



(**D**)

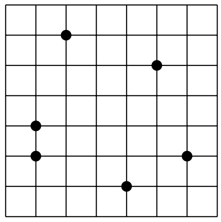


(**E**)

12. Koliko je kubični koren števila 3^{3^3}?

(**A**) 3^3 (**B**) 3^{3^3-1} (**C**) 3^{2^3} (**D**) 3^{3^2} (**E**) $(\sqrt{3})^3$

13. Na kvadratni mreži velikosti 7 cm × 7 cm, je označenih 6 točk (glej sliko). Najmanj koliko kvadratnih centimetrov je lahko ploščina trikotnika, ki ima za oglišča 3 izmed 6 označenih točk?



(**A**) $\frac{1}{4}$ (**B**) $\frac{1}{3}$ (**C**) $\frac{1}{2}$ (**D**) 1 (**E**) 2

14. Primož in Roman sta tekla na maratonu. Za Primožem je bilo dvakrat toliko tekačev, kot jih je bilo pred Romanom. Za Romanom je bilo 1.5-krat toliko tekačev, kot jih je bilo pred Primožem. Primož je dosegel 21. mesto. Koliko tekačev je teklo na maratonu, če nobena 2 tekača nista delila mesta?

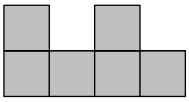
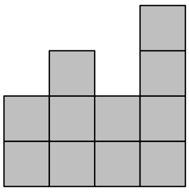
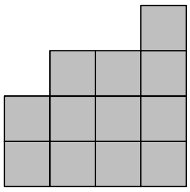
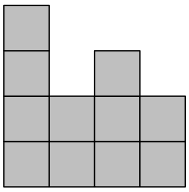
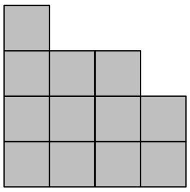
(**A**) 31 (**B**) 41 (**C**) 51 (**D**) 61 (**E**) 81

15. Lara je zgradila figuro z enako velikimi kockami. Nato je figuro pogledala od zgoraj in na list papirja napisala, koliko kock je v vsakem stolpcu (glej sliko). Kako bi bila videti Larina figura, če bi jo pogledala od zadaj?

ZADAJ

4	2	3	2
3	3	1	2
2	1	3	1
1	2	1	2

SPREDAJ

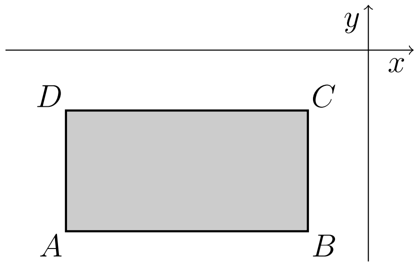
(**A**) 
(**B**) 
(**C**) 
(**D**) 
(**E**) 

16. Koliko je takih naravnih števil n, za katera sta tako $\frac{n}{3}$ kot tudi $3n$ trimestni naravni števili?

(**A**) 12 (**B**) 33 (**C**) 34 (**D**) 100 (**E**) 300

Naloge, vredne 5 točk

17. Pravokotnik $ABCD$, katerega stranice so vzporedne s koordinatnima osema, leži pod osjo x in levo od osi y (glej sliko). Za vsako izmed oglišč pravokotnika A, B, C in D izračunamo količnik med njegovo koordinato y in njegovo koordinato x. Za katero izmed oglišč ima količnik najmanjšo vrednost?

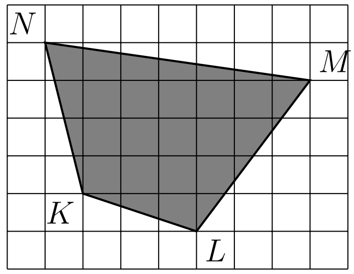


(**A**) A (**B**) B (**C**) C (**D**) D

(**E**) Nemogoče je določiti.

18. Na mreži s kvadratki velikosti 2 cm $\times$ 2 cm je narisan štirikotnik $KLMN$ (glej sliko). Koliko kvadratnih centimetrov je ploščina štirikotnika $KLMN$?

(**A**) 76 (**B**) 84 (**C**) 88
(**D**) 96 (**E**) 104



19. Ko se je določena trdna snov stalila, se je njena prostornina povečala za $\frac{1}{12}$. Za koliko se bo zmanjšala prostornina staljene snovi, ko se bo ponovno strdila?

(**A**) $\frac{1}{10}$ (**B**) $\frac{1}{11}$ (**C**) $\frac{1}{12}$ (**D**) $\frac{1}{13}$ (**E**) $\frac{1}{14}$

20. Zaporedje števil se začne s temi 5 členi: 1, -1, -1, 1, -1. Od 5. člena dalje je vsak naslednji člen zaporedja enak zmnožku predhodnih 2 členov. Na primer, 6. člen zaporedja je enak zmnožku 4. in 5. člena zaporedja. Koliko je vsota prvih 2013 členov zaporedja?

(**A**) -1006 (**B**) -671 (**C**) 0 (**D**) 671 (**E**) 1007

21. Naj za realno število x velja, da je $2 < x < 3$. Koliko izmed naslednjih 4 trditev:

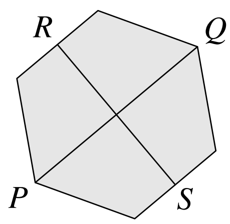
$$4 < x^2 < 9, \qquad 4 < 2x < 9, \qquad 6 < 3x < 9, \qquad 0 < x^2 - 2x < 3,$$

je pravilnih?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4

22. Točki P in Q sta nasprotni oglišči pravilnega šestkotnika, točki R in S pa razpolovišči nasprotnih stranic (glej sliko). Ploščina pravilnega šestkotnika je 60 cm^2. Koliko kvadratnih centimetrov je vrednost zmnožka dolžin daljic PQ in RS?

(**A**) 40 (**B**) 50 (**C**) 60 (**D**) 80 (**E**) 100



23. Jure je narisal pravokotnik z naslednjo lastnostjo: dolžina ene izmed stranic pravokotnika je 5 cm, pravokotnik se da razdeliti na kvadrat in pravokotnik, pri čemer je ploščina 1 izmed 2 delov enaka 4 cm^2. Koliko pravokotnikov s tako lastnostjo obstaja?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

24. Koliko je vseh možnih poti od točke A do točke B, če se lahko premikamo samo po označenih poteh v smeri puščic (glej sliko)?

(**A**) 6 (**B**) 8 (**C**) 9 (**D**) 12 (**E**) 15