

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Naloge za 1. letnik

Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bomo pravilni odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilni odgovor pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo, desno tabelo pusti prazno.

A1	A2	A3	A4

B1	B2	B3	B4

Sklop A

A1 Kolikšna je vrednost izraza $|-3| + |1 - |-2|| - ||4| - 2|$?

- (A) -2 (B) 0 (C) 2 (D) 4 (E) 10

A2 Naj bo $mn = 16$ in $m^2 + n^2 = 68$. Kolikšna je vrednost izraza $(-m + n)^2$?

- (A) -36 (B) 36 (C) 68 (D) 84 (E) 100

A3 Kolikšna je obratna vrednost izraza $\frac{3}{x} + \frac{2}{5}$?

- (A) $\frac{3}{x} - \frac{2}{5}$ (B) $\frac{x}{3} + \frac{5}{2}$ (C) $\frac{5x}{2x+15}$
 (D) $\frac{2x+15}{5x}$ (E) $\frac{5x}{6}$

A4 Vsota prvega in drugega števila je 11, vsota drugega in tretjega števila je 12. Vsota prvega in tretjega števila 13. Koliko je tretje število?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Sklop B

B1. Metka ima 48 gerber, 72 tulipanov in 32 vejic zelenja. V vsak šopek želi dati enako število gerber, enako število tulipanov in enako število vejic zelenja. Vsak šopek bo povezala s svilenim trakom.

- a) Največ koliko takšnih šopkov bo lahko izdelala, če mora porabiti vso cvetje in zelenje? Koliko metrov traku bo potrebovala za izdelavo teh šopkov, če za vsak šopek porabi 52 cm traku (na centimeter natančno)?
- b) Koliko stane tak šopek, če je cena gerbere 3 evre, cena tulipana 2 evra, vejico zelenja pa prodajajo po 50 centov? Svileni trak je brezplačen.

(7 točk)

B2. Točki $A(0, -4)$ in $C(0, 2)$ sta krajišči diagonale kvadrata. Določi dolžino diagonale in koordinati drugih dveh oglišč. Natančno izračunaj ploščino kvadrata. Nariši skico.

(7 točk)

B3. Dani sta dve števili. Če od 40 % prvega števila odštejemo 25 % drugega števila, dobimo 41. Vsota za 30 % povečanega prvega števila in za 20 % zmanjšanega drugega števila pa je 230. Izračunaj obe števili.

(7 točk)

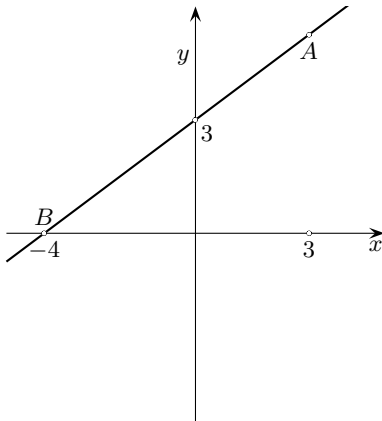
B4. Poenostavi izraz $\frac{(x^3-8)(x-2)^{-1}-7}{1-x^{-2}} - \frac{x^3}{x+1}$.

(7 točk)

Prostor za reševanje nalog sklopa B.

Sklop B

- B1.** Na sliki je graf linearne funkcije f . Izračunaj neznanu koordinato točke A in točko A zapiši. Izračunaj razdaljo med točkama A in B .



(7 točk)

- B2.** Točki A in B razdelita krožnico s polmerom 5 cm na dva loka, katerih dolžini sta v razmerju 3 : 7. Koliko meri obodni kot nad krajšim krožnim lokom med točkama A in B ? Kolikšna je dolžina pripadajoče tetive? Dolžino zaokroži na eno decimalno mesto natančno. (7 točk)
- B3.** Založba izdaja neko knjigo. Stroški za naklado 3 000 izvodov so 7 500 evrov, za naklado 7 000 izvodov pa 9 500 evrov. Stroški so linearno odvisni od števila izvodov. Zapiši predpis te funkcije. Izračunaj, koliko bi stala naklada 1 000 izvodov in koliko naklada 10 000 izvodov.

(7 točk)

- B4.** Poenostavi dani izraz $\frac{x^{n+3}-x^{n+1}}{x^{n+2}-x^{n+1}} \cdot \frac{x-2}{x-1-2x^{-1}}$.

(7 točk)

Prostor za reševanje nalog sklopa B.

Sklop B

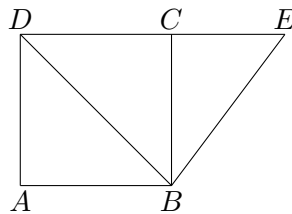
- B1.** Kvadratna funkcija f je podana s predpisom v temenski obliki $f(x) = \frac{-3}{2}(x - 2)^2 + 6$. Zapiši jo v ostalih dveh oblikah in nariši grafa funkcij $f(x)$ in $g(x) = |f(x)|$.

(7 točk)

- B2.** Naj bo $x, y > 0$. Poenostavi izraz $\log_3 \left(\frac{3xy^3 \cdot \sqrt[4]{x}}{\sqrt[6]{9y^{-1}}} \right)$.

(7 točk)

- B3.** Stranica BC kvadrata $ABCD$ je tudi kateta pravokotnega trikotnika BCE . Hipotenuza BE trikotnika BCE meri 12 cm. Diagonala BD kvadrata $ABCD$ in hipotenuza BE pravokotnega trikotnika BCE oklepata kot 75° . Izračunaj ploščino trikotnika DBE . Skica je simbolna.



(7 točk)

- B4.** Zapiši enačbo simetrijske osi množice točk $T(x, y)$, katerih koordinate zadoščajo enačbi krivulje $y = (x - 2)^2 + 3 + x^2 - 4x$. Krivuljo poimenuj.

(7 točk)

Prostor za reševanje nalog sklopa B.

Naloge za 4. letnik

Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bomo pravilni odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilni odgovor pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo, desno tabelo pusti prazno.

A1	A2	A3	A4

B1	B2	B3	B4

Sklop A

A1 Koliko različnih vrst sladoleda imajo v slaščičarni, če lahko ponudijo 136 kombinacij z dvema kepicama različnih okusov?

- (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18
(E) Ni možno določiti.

A2 Za katere vse vrednosti spremenljivke x je definirana racionalna funkcija f s predpisom $f(x) = \frac{4x}{-x^2-4}$?

- (A) Za vsa pozitivna realna števila. (B) Za vse $x \in (-\infty, 2) \cup (2, \infty)$.
(C) Za vsa realna števila. (D) Za vse $x \in \mathbb{R} \setminus \{2, 2\}$.
(E) Funkcija ni definirana za nobeno realno število x .

A3 Koliko realnih ničel ima polinom p s predpisom $p(x) = -3(x^2 + 1)(x^2 - 4)(x - 5)$?

- (A) Eno ničlo. (B) Dve ničli. (C) Tri ničle. (D) Štiri ničle. (E) Pet ničel.

A4 Vsota prvega in sedmega člena aritmetičnega zaporedja je 7. Koliko je vsota tretjega in petega člena tega zaporedja?

- (A) 7 (B) 5 (C) 3 (D) 1 (E) 0

Sklop B

B1. Matiju manjka še 2 900 evrov za nakup avtomobila. Odločil se je, da bo varčeval. Od zaslужka je prvi mesec privarčeval 50 evrov. Vsak naslednji mesec bo privarčeval 10 evrov več kot prejšnji mesec. Koliko časa bo varčeval, da bo zbral potreben znesek? Izračunaj in zapiši odgovor.

(7 točk)

B2. Dana je racionalna funkcija f s predpisom $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4x + a}$.

a) Določi vrednost parametra a , da bo graf funkcije f potekal skozi točko $A(2, 1)$.

b) Za parameter $a = 4$ določi ničle, pole, asimptoto in skiciraj graf funkcije f .

(7 točk)

B3. Reši naslednje:

a) Poenostavi izraz $(2 \sin x + \cos x)^2 + (\sin x - 2 \cos x)^2$.

b) Izračunaj vrednost izraza $\frac{\sin x}{2 \sin x - 3 \cos x}$, če je $\tan x = \frac{1}{2}$.

(7 točk)

B4. Določi parametra a in b , tako da bo polinom p s predpisom $p(x) = x^5 - 2x^4 - 7x^3 + ax^2 + bx$ deljiv s polinomom g s predpisom $g(x) = (x - 3)(x + 1)$. Poišči ničle takega polinoma p .

(7 točk)

Prostor za reševanje nalog sklopa B.