

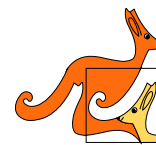
**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.



1. in 2. letnik SŠ

Ime in priimek _____

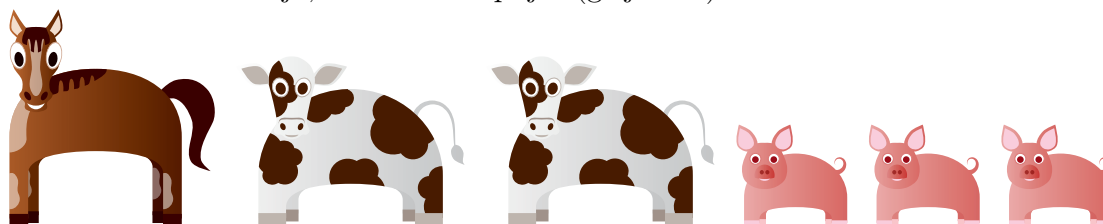
Razred _____ Mentor _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtno točk, kot je naloga vredna. Če pa pušiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk. Da bi se izognili negativnemu končnemu dosežku, ti priznamo začetnih 24 točk.

NALOGE, VREDNE 3 TOČKE

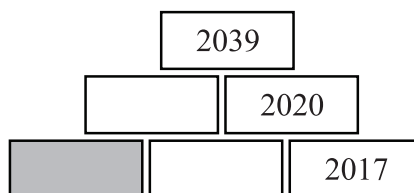
1. Pastir Pavle ima 1 konja, 2 kravi in 3 pujske (glej sliko).



Koliko krav mora kupiti pastir Pavle, da bo vseh živali skupaj 2-krat toliko kot krav?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

2. Maja namerava v vsako polje piramide napisati število, tako da bo število v vsakem polju v zgornjih 2 vrstah vsota števil v 2 poljih neposredno pod njim (glej sliko).



Maja je 3 števila že napisala. Katero število mora napisati v osenčeno polje?

- (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18 (E) 19

3. Marko je napisal besedo KANGAROO na kos prosojnega stekla (glej sliko). Kaj bo videl Marko, ko bo prek desne stranice obrnil kos stekla na drugo stran in ga nato še zavrtel za polovico kroga?

KANGAROO

- (A)  (B)  (C) 
 (D)  (E) 

4. Katja je iz papirja izrezala 2 barvna in 2 bela asteroida brez lukenj in jih nato položila drugega na drugega (glej sliko). Ploščine njenih asteroidov so 1 cm^2 , 4 cm^2 , 9 cm^2 in 16 cm^2 . Koliko kvadratnih centimetrov je skupna ploščina vidnih delov Katjinih barvnih asteroidov?



- (A) 9 (B) 10 (C) 11
(D) 12 (E) 13

5. Ela ima 24 evrov, vsaka od njenih 3 sester pa 12 evrov. Koliko evrov mora Ela dati vsaki sestri, da bodo vsa 4 dekleta imela enako denarja?






- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

6. Skupina deklet je stala v krogu. Ana je bila 5. levo od Mete in 8. desno od Mete. Koliko deklet je stalo v krogu?

- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

7. Krog s polmerom 1 se kotali po ravni črti od točke K do točke L , pri čemer je $|KL| = 11\pi$ (glej sliko). Kako je obrnjen krog, ko se dotika točke L ?



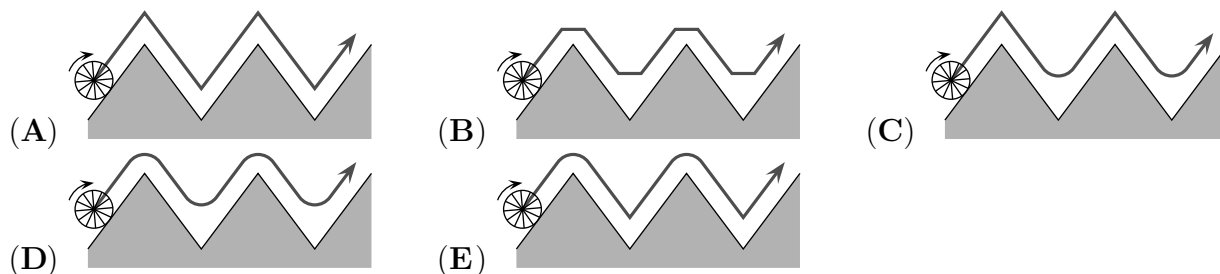
- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

8. Andraž je na šahovskem turnirju do sedaj odigral 15 partij, 9 od teh partij je zmagal, ostale pa izgubil. Na turnirju mora odigrati še 5 partij. Koliko odstotkov vseh svojih partij na šahovskem turnirju bo zmagal Andraž, če bo zmagal vseh preostalih 5 partij?

- (A) 60 (B) 65 (C) 70 (D) 75 (E) 80

NALOGE, VREDNE 4 TOČKE

9. Katera slika prikazuje pot središča kolesa, ko se kolo kotali po robu osenčenega območja?



10. Na Ajdini poroki je bila $\frac{1}{8}$ gostov otrok, $\frac{3}{7}$ odraslih gostov so bili moški. Kolikšen delež vseh gostov na Ajdini poroki so predstavljale odrasle ženske?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{7}$ (E) $\frac{3}{7}$

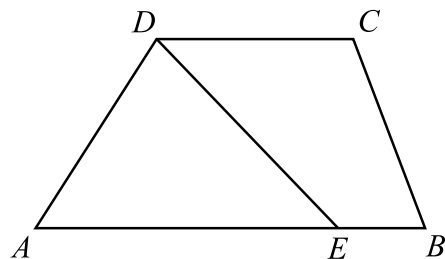
11. Koliko naravnih števil N ima lastnost, da je natanko 1 izmed števil N in $N+20$ štirimestno?

- (A) 19 (B) 20 (C) 38 (D) 39 (E) 40

12. Učitelj Vilko ima škatlo, v kateri je 28 modrih gumbov, 117 belih gumbov in 203 rdeči gumbi. Dijaki morajo po vrsti drugega za drugim vzeti iz škatle 1 gumb. Najmanj koliko dijakov mora vzeti gumb iz škatle, da bodo skupaj iz škatle zagotovo vzeli vsaj 3 gumb iste barve?

- (A) 3 (B) 6 (C) 7 (D) 28 (E) 203

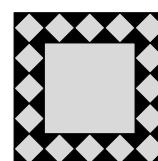
13. V trapezu $ABCD$ z vzporednima stranicama AB in CD je $|AB| = 50$ in $|CD| = 20$. Na stranici AB je točka E , tako da daljica DE razdeli trapez na 2 ploščinsko enaka dela (glej sliko). Koliko je dolžina daljice AE ?



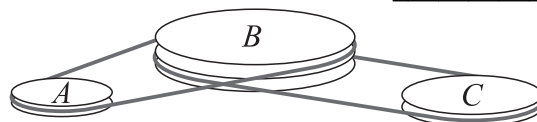
- (A) 25 (B) 30 (C) 35
(D) 40 (E) 45

14. Na Franckinem prtu je pravilen vzorec s sivimi kvadrati (glej sliko). Koliko odstotkov Franckinega prta je črnega?

- (A) 16 (B) 24 (C) 25 (D) 32 (E) 36



15. V motorju so 3 kolesa A , B in C , ki so povezana z jermenoma in se vrtijo brez zdrsanja (glej sliko). Ko se B zavrti 4-krat, se A zavrti 5-krat. Ko se B zavrti 6-krat, se C zavrti 7-krat. Dolžina polmera kolesa C je 30 cm. Koliko centimetrov je dolžina polmera kolesa A ?



- (A) 27 (B) 28 (C) 29 (D) 30 (E) 31

16. Sašo se je odločil, da bo začel redno teči. Teči želi natanko 3-krat tedensko, vsakič na iste 3 dni v tednu. Nikoli ne želi teči na 2 zaporedna dneva. Na koliko načinov si lahko Sašo razporedi teke po dnevih v tednu?

- (A) 6 (B) 7 (C) 9 (D) 10 (E) 35

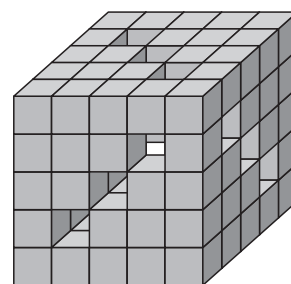
NALOGE, VREDNE 5 TOČK

17. Bratje Matija, Matej, Matic in Matevž so različno visoki. Matija je nižji od Mateja za toliko, kot je višji od Matica. Matevž je nižji od Matica za enako, kot je Matija nižji od Mateja. Matija je visok 184 cm, aritmetična sredina višin 4 bratov pa je 178 cm. Koliko centimetrov je visok Matevž?

- (A) 160 (B) 166 (C) 172 (D) 184 (E) 190

18. Miha je imel 125 majhnih kock. Nekaj majhnih kock je zlepil, tako da je nastala velika kocka z 9 ravnimi predori skozi celotno veliko kocko (glej sliko). Koliko majhnih kock izmed 125 Miha ni uporabil?

- (A) 36 (B) 39 (C) 42 (D) 45 (E) 52



19. Maša namerava v preglednico velikosti 3×3 napisati števila, tako da bodo vsote 4 števil v vseh kvadratnih preglednicah velikosti 2×2 enake. Maša je 3 števila že napisala (glej sliko). Katero število mora Maša napisati v osenčeno polje?

3		1
2		

- (A) 5 (B) 4 (C) 1 (D) 0
 (E) Nemogoče je določiti.

20. Dori je v vrsto napisala 7 črk: a, b, c, d, e, f, g . Črke predstavljajo naravna števila, katerih vsota je 2017, vsaki 2 sosednji črki pa predstavljata naravni števili, ki se razlikujeta za 1. Katera izmed črk, ki jih je napisala Dori, lahko predstavlja število 286?

- (A) Samo a ali g . (B) Samo b ali f . (C) Samo c ali e .
 (D) Samo d . (E) Katerakoli izmed napisanih črk.

21. Janko in Jana imata 4 različno stare otroke mlajše od 18 let. Zmnožek let starosti njihovih 4 otrok je 882. Koliko je vsota let starosti Jankovih in Janinih otrok?

- (A) 23 (B) 25 (C) 27 (D) 31 (E) 33

22. Na mejnih ploskvah kocke so napisana števila $-3, -2, -1, 0, 1, 2$, vsako na svoji ploskvi. David je 2-krat vrgel kocko in zmnožil števili, ki ju je dobil. Kolikšna je verjetnost, da je bil Davidov zmnožek negativen?

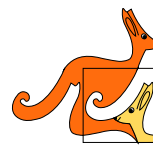
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{11}{36}$ (D) $\frac{13}{36}$ (E) $\frac{1}{3}$

23. Jan je napisal 2-mestno število, nato pa poleg napisanega števila še 2-krat isto 2-mestno število, da je dobil 6-mestno število. S katerim izmed navedenih števil je zagotovo deljivo 6-mestno število, ki ga je dobil Jan?

- (A) 2 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 11

24. Gašper je povedal Tevžu, da ima za geslo 7-mestno število, v katerem vsaka številka nastopa natanko tolikokrat, kolikor je vrednost te številke, vse enake številke pa so v geslu druga poleg druge. Gašperjevo geslo bi lahko bilo na primer 4444333 ali 1666666. Najmanj koliko poskusov potrebuje Tevž, da bo zagotovo ugotovil Gašperjevo geslo?

- (A) 6 (B) 7 (C) 10 (D) 12 (E) 13



3. in 4. letnik SŠ

Ime in priimek _____

Razred _____ Mentor _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtno točk, kot je naloga vredna. Če pa pušiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk. Da bi se izognili negativnemu končnemu dosežku, ti priznamo začetnih 24 točk.

NALOGE, VREDNE 3 TOČKE

1. Koliko je vrednost izraza $\frac{20 \cdot 17}{2 + 0 + 1 + 7}$?

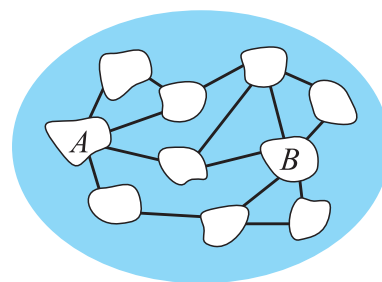
- (A) 3.4 (B) 17 (C) 34 (D) 201.7 (E) 340

2. Jaka je naredil model vlaka, ki je v primerjavi s pravim vlakom v razmerju 1 : 87. Nato je naredil še 2 cm visok model svojega brata v enakem razmerju 1 : 87. Koliko metrov je visok Jakov brat?

- (A) 1.62 (B) 1.70 (C) 1.74 (D) 1.87 (E) 1.94

3. Jezero ima 10 otokov, ki so povezani s 15 mostovi (glej sliko). Čez vse mostove poteka promet z avtomobili. Najmanj koliko mostov je treba zapreti za promet z avtomobili, da se ne bo dalo priti z avtomobilom z otoka A na otok B?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5



4. Skupaj so 4 bratje Matija, Matic, Matevž in Matej pojedli 11 piškotov. Vsak izmed njih je pojedel vsaj 1 piškot, 1 izmed njih je pojedel 3 piškote, nobena 2 nista pojedla enakega števila piškotov, skupaj so 3 brati pojedli 9 piškotov. Koliko piškotov je pojedel brat, ki jih je pojedel največ?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

5. Za naravni števili a in b velja, da je 75 % števila a enako 40 % števila b . Katera izmed navedenih enakosti je pravilna?

- (A) $15a = 8b$ (B) $7a = 8b$ (C) $3a = 2b$ (D) $5a = 12b$ (E) $8a = 15b$

6. V vreči so samo rdeče kroglice in zelene kroglice. Če bi iz vreče vzeli 5 kroglic, bi bila vsaj 1 izmed teh kroglic rdeča, če pa bi iz vreče vzeli 6 kroglic, bi bila vsaj 1 izmed teh kroglic zelena. Največ koliko kroglic je v vreči?

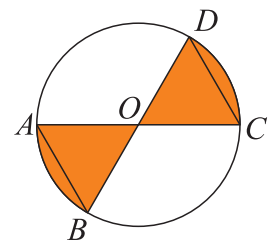
- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

7. Zala je imela veliko enakih kvadrov velikosti $4 \times 1 \times 1$, ki jih je naredila, tako da je zlepila 2 sivi in 2 beli kocki (glej sliko). Katerega izmed navedenih kvadrov je Zala lahko sestavila s svojimi kvadri?



- (A) (B) (C)
- (D) (E)

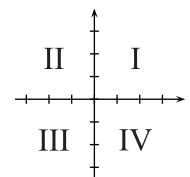
8. Na krožnici s središčem O so točke A, B, C in D , tako da sta AC in BD premera krožnice in je $|OC| = |CD|$ (glej sliko). Kolikšen del kroga je osenčen?



- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{4}{11}$

NALOGE, VREDNE 4 TOČKE

9. V katerem kvadrantu koordinatnega sistema ni nobene točke grafa linearne funkcije $f(x) = -3.5x + 7$ (glej sliko)?

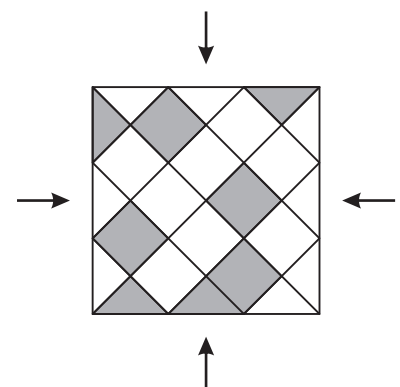


- (A) I (B) II (C) III (D) IV
(E) Graf funkcije ima točke v vseh 4 kvadrantih.

10. Sofija ima rada soda števila, Trina ima rada števila, deljiva s 3, Petra pa ima rada števila, deljiva s 5. V košari je bilo 8 žogic, na vsaki žogici je bilo napisano 1 število. Vsako od deklet je odšlo posebej do košare in vzelo iz košare vse žogice s števili, ki jih ima rado. Sofija je iz košare vzela žogici s številoma 32 in 52, Trina žogice s števili 24, 33 in 45 ter Petra žogice s števili 20, 25 in 35. V katerem vrstnem redu so dekleta odšla do košare?

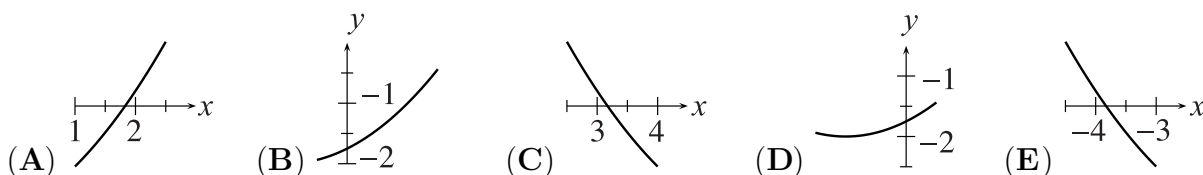
- (A) Sofija, Petra, Trina (B) Petra, Trina, Sofija (C) Trina, Sofija, Petra
(D) Trina, Petra, Sofija (E) Petra, Sofija, Trina

11. Jože je položil ploščice v kopalnici (glej sliko). Pri polaganju je nekatere ploščice položil na napačno mesto. Najmanj koliko položenim sivim ploščicam mora zamenjati mesto s položenimi belimi ploščicami, da bo vzorec izgledal enako z vseh 4 označenih smeri?



- (A) 3 trikotnim, 1 kvadratni (B) 2 trikotnima, 1 kvadratni
(C) 1 trikotni, 1 kvadratni (D) 3 trikotnim, 3 kvadratnim
(E) 3 trikotnim, 2 kvadratnima

12. Na 4 izmed spodnjih 5 slik je del grafa iste kvadratne funkcije. Na kateri sliki ni narisano del grafa te funkcije?



13. Bojan namerava napisati zaporedje 2017 števil skladno s pravilom: prvi 2 števili zaporedja sta 2 in 3, vsako naslednje število v zaporedju pa je enako zadnji številki zmnožka predhodnih 2 števil v zaporedju. Bojan je prvih 5 števil zaporedja že napisal: 2, 3, 6, 8, 8. Katero število bo Bojan napisal na 2017. mesto svojega zaporedja?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

14. Pozitivno število p je manjše od 1, število q pa večje od 1. Katero izmed navedenih števil je največje?

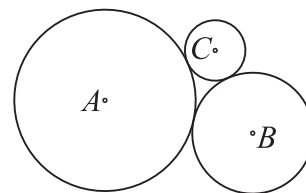
- (A) $p \cdot q$ (B) $p + q$ (C) $\frac{p}{q}$ (D) p (E) q

15. Polinom $p(x) = 5x^3 + ax^2 + bx + 24$ ima celoštevilski koeficienta a in b . Katero izmed navedenih števil zagotovo ni ničla polinoma p ?

- (A) 1 (B) -1 (C) 3 (D) 5 (E) 6

16. Krožnice s središči A , B in C in polmeri 3 cm, 2 cm in 1 cm se paroma dotikajo (glej sliko). Koliko kvadratnih centimetrov je ploščina trikotnika ABC ?

- (A) 6 (B) $4\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{2}$ (D) 9 (E) $2\sqrt{6}$



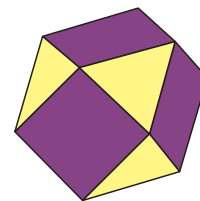
NALOGE, VREDNE 5 TOČK

17. Valja A in B imata enako prostornino. Polmer osnovne ploskve valja B je za 10 % daljši od polmera osnovne ploskve valja A . Za koliko odstotkov je višina valja A daljša od višine valja B ?

- (A) 5 (B) 10 (C) 11 (D) 20 (E) 21

18. Izidor je konstruiral telo, katerega mejne ploskve so trikotniki ali kvadrati (glej sliko). Vsak kvadrat meji na 4 trikotnike, vsak trikotnik pa meji na 3 kvadrate. 6 mejnih ploskev telesa, ki ga je konstruiral Izidor, so kvadrati. Koliko mejnih ploskev tega telesa so trikotniki?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9



19. Za 2 zaporedni naravni števili velja, da je vsota števk vsakega izmed teh 2 števil večkratnik števila 7. Najmanj koliko števk ima manjše izmed teh 2 števil?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

20. Kenguru Titi se rad laže: ko se zjutraj zbudi, najprej pove največ 2 resnični izjavi, med vsakima 2 lažnima izjavama pove natančno 2 resnični izjavi. Kenguru Titi je zjutraj, ko se je zbudil, na list papirja napisal 2-mestno naravno število in nato o napisanem številu povedal 6 izjav v naslednjem vrstnem redu:

“1 od števk števila je 2.”

“Število je večje od 50.”

“Število je sodo.”

“Število je manjše od 30.”

“Število je deljivo s 3.”

“1 od števk števila je 7.”

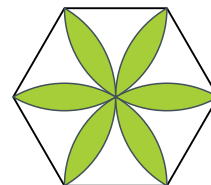
Koliko je vsota števk števila, ki ga je na list papirja napisal kenguru Titi?

- (A) 9 (B) 12 (C) 13 (D) 15 (E) 17

21. Koliko naravnih števil, večjih od 9, ima lastnost, da je število, ki ga dobimo, če prvotnemu številu izbrišemo zadnjo števko, enako $\frac{1}{14}$ prvotnega števila?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

22. Eva je narisala pravilni šestkotnik s stranico dolžine 1 in več krožnih lokov s središči v ogliščih šestkotnika in s polmerom 1 ter nato del območja osenčila (glej sliko). Koliko je ploščina območja, ki ga je osenčila Eva?

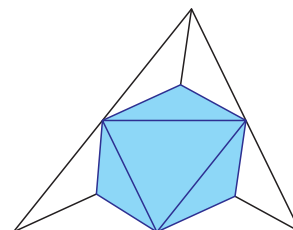


- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $2\sqrt{3} - \pi$ (D) $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$ (E) $2\pi - 3\sqrt{3}$

23. Zaporedje je podano s predpisom $a_1 = 2017$ in $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$ za $n \geq 2$. Koliko je vrednost a_{2017} ?

- (A) -2017 (B) $\frac{-1}{2016}$ (C) $\frac{2016}{2017}$ (D) 1 (E) 2017

24. Pravilnemu tetraedru odrežemo 4 dele s 4 ravninami, od katerih gre vsaka skozi razpolovišča 3 robov tetraedra, ki imajo skupno oglišče (glej sliko). Kolikšen del prvotnega tetraedra predstavlja prostornina dobljenega osenčenega telesa?



- (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{1}{3}$