

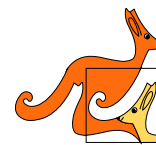
**Društvo matematikov, fizikov  
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19  
1000 Ljubljana

# **Tekmovalne naloge DMFA Slovenije**

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na [www.dmfa.si](http://www.dmfa.si)), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.



## 1. in 2. letnik SŠ

Ime in priimek \_\_\_\_\_

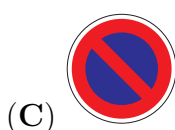
Razred \_\_\_\_\_ Mentor \_\_\_\_\_

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

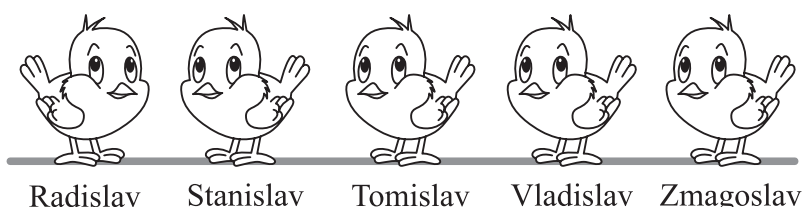
Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtno točk, kot je naloga vredna. Če pa pušiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk. Da bi se izognili negativnemu končnemu dosežku, ti priznamo začetnih 24 točk.

### Naloga, vredne 3 točke

1. Kateri izmed naslednjih prometnih znakov ima največ osi simetrije?



2. Na veji je sedelo 5 vrabcev, nekateri so gledali v levo, nekateri v desno (glej sliko).

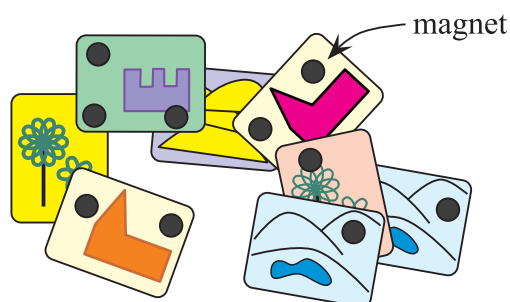


Vsak vrabec je čivknil tolikokrat, kolikor vrabcev je videl. Vrabec Vladislav je, na primer, čivknil 3-krat. Nato se je 1 vrabec obrnil v nasprotno smer. Ponovno je vsak vrabec čivknil tolikokrat, kolikor vrabcev je videl. Tokrat je bilo skupno število čivkov večje kot prvokrat. Kateri vrabec se je obrnil v nasprotno smer?

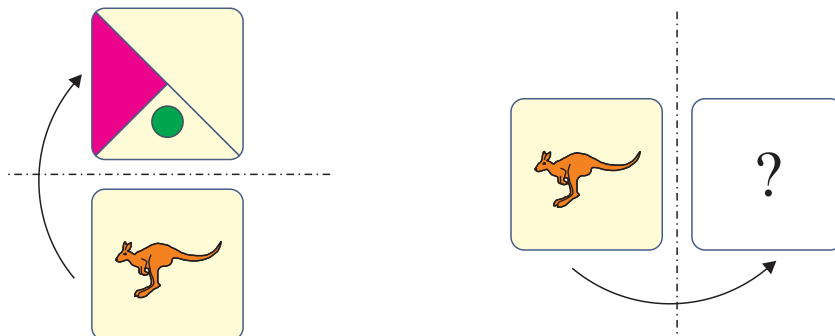
(A) Radislav    (B) Stanislav    (C) Tomislav    (D) Vladislav    (E) Zmagoslav

3. Lara ima na hladilniku 8 razglednic, pričvrščenih z 10 močnimi črnimi okroglimi magneti (glej sliko). Največ koliko magnetov lahko Lara odstrani s hladilnika, da ne bo nobena razglednica padla na tla?

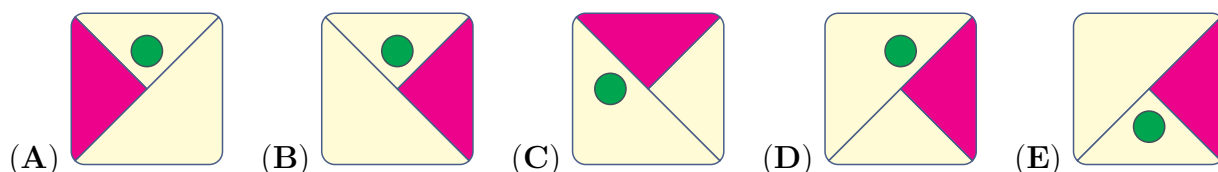
(A) 2    (B) 3    (C) 4    (D) 5    (E) 6



4. Nika je na eno stran karte narisala kenguruja, na drugo pa 3 trikotnike in krog. Karto je položila na mizo tako, da se je videl kenguru. Na levi sliki je narisano, kaj bi videli, če bi karto obrnili preko njenega zgornjega roba.



Kaj bi videli, če bi karto obrnili preko njenega desnega roba (glej desno sliko)?



5. Vilko je na list papirja napisal števila 5, 9 in 12. Katero število mora Vilko še napisati na list papirja, da bo aritmetična sredina napisanih 4 števil enaka 9?

- (A) 6                      (B) 8                      (C) 9                      (D) 10                      (E) 36

6. Koliko tednov je 2016 ur?

- (A) 6                      (B) 8                      (C) 10                      (D) 12                      (E) 16

7. Andraž je na tablo napisal 5 različnih enomestnih naravnih števil. Ugotovil je, da nobena vsota katerihkoli 2 različnih števil na tabli ni enaka 10. Katero izmed naslednjih števil je Andraž zagotovo napisal na tablo?

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

8. V pravokotnem koordinatnem sistemu 4 od naslednjih 5 točk predstavljajo oglišča istega kvadrata. Katera izmed teh 5 točk ne predstavlja oglišča tega kvadrata?

- (A)  $(-1, 3)$                       (B)  $(0, -4)$                       (C)  $(-2, -1)$                       (D)  $(1, 1)$                       (E)  $(3, -2)$

**Naloge, vredne 4 točke**

9. Maja je odgovorila na vseh 30 vprašanj v nagradni igri. Vsak njen odgovor je bil ali pravilen ali napačen, pravih odgovorov je bilo za 50 % več kot napačnih. Koliko Majinih odgovorov je bilo pravih?

- (A) 10                      (B) 12                      (C) 15                      (D) 18                      (E) 20

10. Maša je na 2 igralni kocki s števili od 1 do 6 lihimi številom dopisala minus, tako da so bila na obeh kockah namesto števil 1, 3 in 5 števila  $-1$ ,  $-3$  in  $-5$ . Nato je vrgla svoji 2 spremenjeni kocki. Katero izmed naslednjih števil ne more biti enako vsoti 2 števil na vrhu kock, ki ju je vrgla Maša?

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 7                      (E) 8

11. Ostanek pri deljenju naravnega števila  $n$  s številom 6 je 3. Koliko je ostanek pri deljenju naravnega števila  $3n$  s številom 6?

- (A) 4                      (B) 3                      (C) 2                      (D) 1                      (E) 0

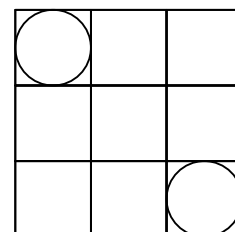
12. Filip negativna cela števila piše na poseben način, na primer 7 zaporednih celih števil od 3 navzdol je po vrsti zapisal 3, 2, 1, 0, 00, 000, 0000. Filip je zapisal izraz  $000 + 0000$ . Kako bi Filip zapisal njegovo vrednost?

- (A) 1                      (B) 00000                      (C) 000000                      (D) 0000000                      (E) 00000000

13. Dori želi besedo VELO samo z menjavo sosednjih črk spremeniti v besedo LOVE. Najmanj kolikokrat mora Dori zamenjati sosednji črki?

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 7

14. Preglednica velikosti  $3 \times 3$  je razdeljena na 9 enako velikih kvadratnih polj velikosti  $1 \times 1$ , v 2 kvadratni polji preglednice sta včrtani krožnici (glej sliko). Koliko je razdalja med tema 2 včrtanima krožnicama, to je najkraša razdalja med 2 točkama, od katerih je 1 točka na 1. krožnici in 1 točka na 2. krožnici?



- (A)  $2\sqrt{2} - 1$     (B)  $\sqrt{2} + 1$     (C)  $2\sqrt{2}$     (D) 2    (E) 3

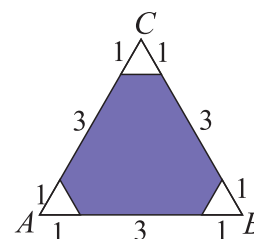
15. Ela namerava napisati v preglednico velikosti  $3 \times 3$  vsa števila 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 in 100, v vsako polje 1 število, tako da bo zmnožek števil v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in na obeh diagonalah enak. Ela je 2 števili že napisala (glej sliko). Katero število mora Ela napisati v osenčeno polje?

20	1	

- (A) 2                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 10                      (E) 25

16. Koliko odstotkov ploščine celotnega trikotnika  $ABC$  predstavlja ploščina osenčenega območja (glej sliko)?

- (A) 80                      (B) 85                      (C) 88                      (D) 90  
(E) Nemogoče je določiti.



**Naloge, vredne 5 točk**

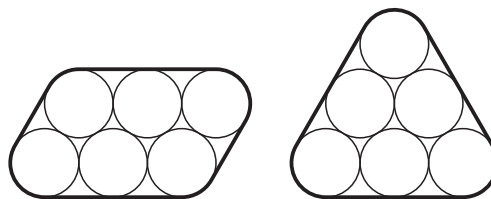
17. Ivana je napisala 6 od 7 izidov četrtfinalov, polfinalov in finala teniškega turnirja. Izidi tekem, ki niso potekale nujno v takem zaporedju, so bili naslednji: Bogdana je premagala Adrijano, Cvetana je premagala Dijano, Gordana je premagala Hano, Gordana je premagla Cvetano, Cvetana je premagala Bogdano in Emilijana je premagala Florijano. Kateri rezultat manjka?

- (A) Gordana je premagala Bogdano.                      (B) Cvetana je premagala Adrijano.  
(C) Emilijana je premagala Cvetano.                      (D) Bogdana je premagala Hano.  
(E) Gordana je premagala Emilijano.

18. Vsaka izmed števk 1, 2, 3, 4, 5, 6 in 7 je predstavljena z eno izmed črk  $K, R, A, L, J, I$  in  $C$ , ne nujno v tem vrstnem redu. Različne številke so predstavljene z različnimi črkami. Osemestno število  $KRALJICA$  je liho in deljivo s 3. Katero številko predstavlja črka  $A$ ?

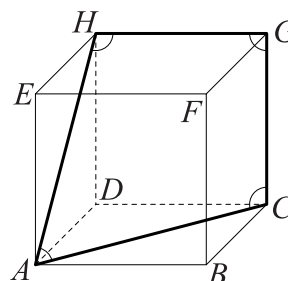
- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 5                      (E) 7

19. Jakob je 2 zavoja po 6 cevk s premerom 2 cm na 2 načina povezal z 2 vrvicama (glej sliki). Katera izmed naslednjih trditev je pravilna?



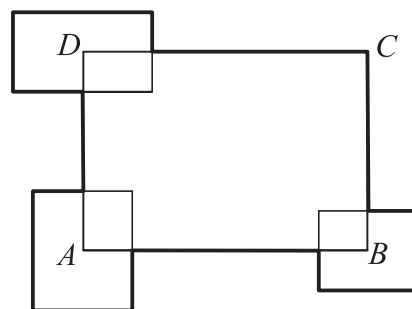
- (A) Vrvica na levi sliki je za  $\pi$  cm krajša.
- (B) Vrvica na levi sliki je za 4 cm krajša.
- (C) Vrvica na desni sliki je za  $\pi$  cm krajša.
- (D) Vrvica na desni sliki je za 4 cm krajša.
- (E) Vrvici na obeh slikah sta enako dolgi.

20. Koliko stopinj je vsota velikosti označenih kotov pri ogliščih  $A$ ,  $C$ ,  $G$  in  $H$  kocke  $ABCDEFGH$  (glej sliko)?



- (A) 315
- (B) 330
- (C) 345
- (D) 360
- (E) 375

21. Obseg pravokotnika  $ABCD$  meri 30 cm, vsota obsegov 3 manjših pravokotnikov, katerih središča so v točkah  $A$ ,  $B$  in  $D$ , pa 20 cm (glej sliko). Koliko centimetrov meri dolžina odebeljene črte?

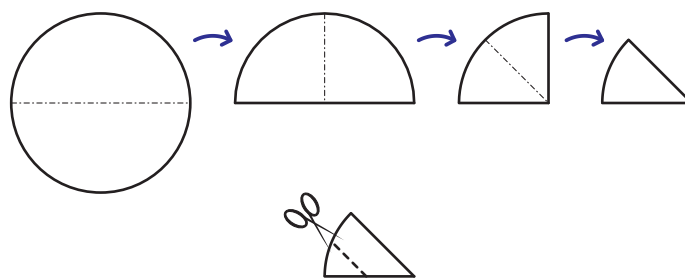


- (A) 35
- (B) 40
- (C) 45
- (D) 50
- (E) Nemogoče je določiti.

22. Kevin se je odločil odpreti manjšo restavracijo. Njegov prijatelj Jože mu je posodil nekaj kvadratnih miz in stolov. Če bo Kevin uporabil vse mize in bo želel postaviti 4 stole k vsaki mizi, bo potreboval še 6 stolov. Če pa bo uporabil vse mize, pri čemer bo postavil po 2 mizi skupaj, k vsakima 2 mizama pa bo postavil 6 stolov, mu bodo 4 stoli ostali. Koliko miz je Jože posodil Kevinu?

- (A) 8
- (B) 10
- (C) 12
- (D) 14
- (E) 16

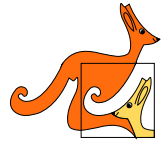
23. Katarina je okrogel list papirja prepognila prek sredine, nato ga je prek sredine prepognila še 1-krat in nato še zadnjič (glej zgornjo sliko). Katarina je s škarjami po ravni črtkani črti odrezala del prepognjenega dela papirja (glej spodnjo sliko). Kakšne oblike je bil srednji del papirja, potem ko ga je Katarina razgrnila?



- (A)
- (B)
- (C)
- (D)
- (E)

24. Na 8 listih papirja so bila napisana števila 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 in 128, na vsakem listu papirja je bilo napisano 1 število. Ana je vzela nekaj listov papirja, Meta pa preostale. Obe sta sešteli števila na svojih listih papirja. Anina vsota je bila za 31 večja od Metine. Koliko listov papirja je vzela Ana?

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 6



### 3. in 4. letnik SŠ

Ime in priimek \_\_\_\_\_

Razred \_\_\_\_\_ Mentor \_\_\_\_\_

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtno točk, kot je naloga vredna. Če pa pustiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk. Da bi se izognili negativnemu končnemu dosežku, ti priznamo začetnih 24 točk.

#### Naloge, vredne 3 točke

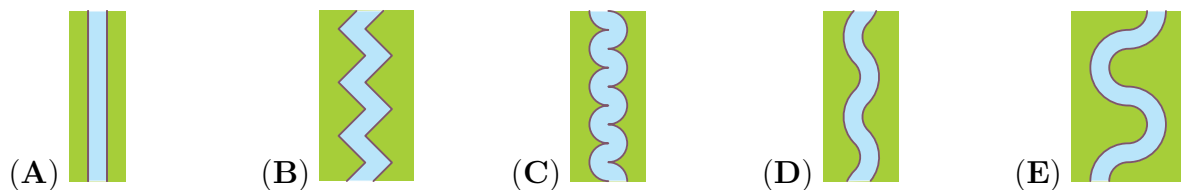
1. Luka, Jan in Niko so bratje. Vsota starosti bratov Luka in Jana je 23, vsota starosti bratov Jana in Nika je 24, vsota starosti bratov Luka in Nika pa 25. Koliko je star najstarejši brat?

- (A) 10                      (B) 11                      (C) 12                      (D) 13                      (E) 14

2. Koliko je vsota  $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$ ?

- (A)  $\frac{3}{111}$                       (B)  $\frac{111}{1110}$                       (C)  $\frac{111}{1000}$                       (D)  $\frac{3}{1000}$                       (E)  $\frac{3}{1110}$

3. Eva bi rada prišla na nasprotni breg potoka, za katerega velja, da je iz vsake točke na njegovem bregu najkrajša pot do nasprotnega brega enako dolga. Na kateri sliki ne more biti potok, ki bi ga rada prečkala Eva?

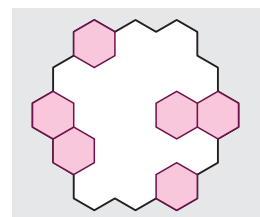


4. Koliko naravnih števil je večjih od  $2015 \cdot 2017$  in manjših od  $2016 \cdot 2016$ ?

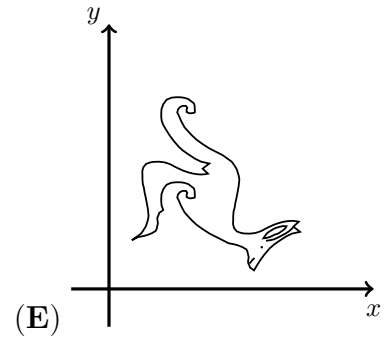
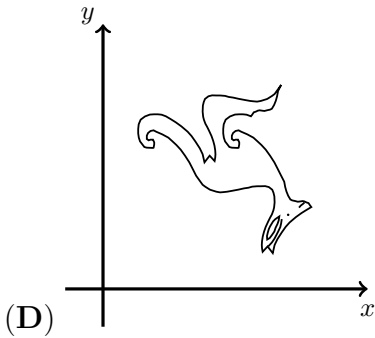
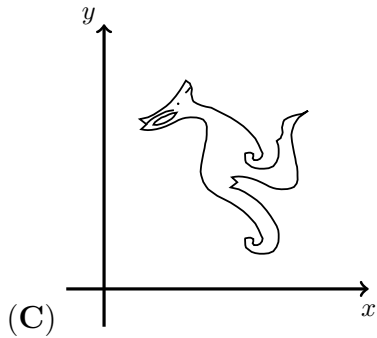
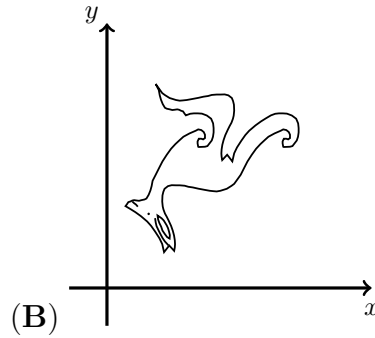
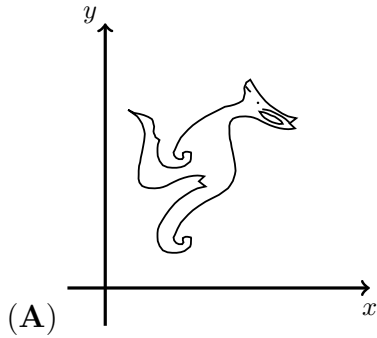
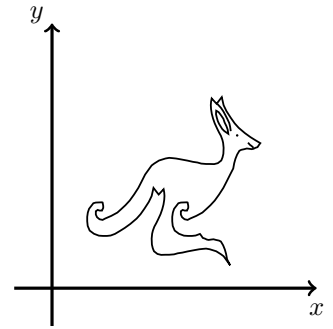
- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2015                      (D) 2016                      (E) 2017

5. Jasna bi rada z enako velikimi pravnimi šestkotnimi ploščicami pokrila/zapolnila luknjo. Nekaj ploščic je že položila (glej sliko). Najmanj koliko šestkotnih ploščic mora še položiti Jasna?

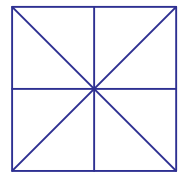
- (A) 8                      (B) 9                      (C) 10                      (D) 12                      (E) 13



6. Samo je na tablo narisal točke iz množice  $K$  in dobil sliko ken-  
guruja (glej sliko). Nato je vsem točkam iz množice  $K$  zamenjal  
koordinati  $x$  in  $y$  in tako dobljene točke narisal v zvezek. Na kateri  
sliki so točke, ki jih je Samo narisal v zvezek?



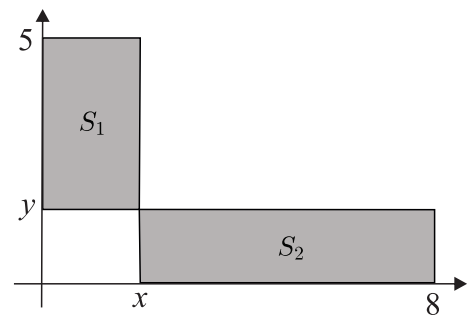
7. Anja je narisala kvadrat z 2 diagonalama in 2 srednjicama, tako da je nastalo  
8 skladnih enakokrakih pravokotnih trikotnikov (glej sliko). V vsako izmed 9  
oglišč teh 8 trikotnikov bi rada napisala naravno število, tako da bi bilo vseh  
8 vsot 3 števil v ogliščih vsakega izmed 8 trikotnikov enakih. Največ koliko  
različnih naravnih števil lahko Anja zapiše v oglišča trikotnikov?



- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 5                      (E) 8

8. Pravokotnika  $S_1$  in  $S_2$  imata enako ploščino (glej sliko).  
Koliko je vrednost izraza  $\frac{x}{y}$ ?

- (A) 1                      (B)  $\frac{3}{2}$                       (C)  $\frac{4}{3}$                       (D)  $\frac{7}{4}$                       (E)  $\frac{8}{5}$



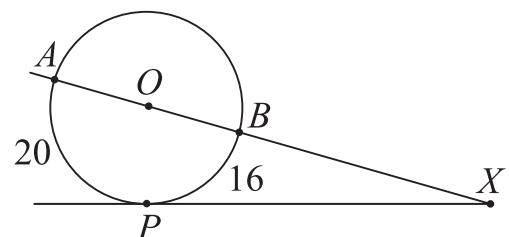
**Naloge, vredne 4 točke**

9. Za neko vrednost  $x$  velja  $x^2 - 4x + 2 = 0$ . Koliko je vrednost izraza  $x + \frac{2}{x}$ ?

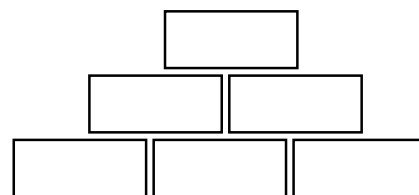
- (A) -4                      (B) -2                      (C) 0                      (D) 2                      (E) 4

10. Točka  $O$  je središče krožnice, dolžini krožnih lokov  
 $AP$  in  $PB$  sta po vrsti 20 in 16 (glej sliko). Koliko  
stopinj je velikost kota  $\angle AXP$ ?

- (A) 10                      (B) 15                      (C) 18                      (D) 24                      (E) 30



11. Matija namerava v vsako izmed 6 polj napisati naravno število, večje od 1, tako da bo število v vsakem polju v zgornjih 2 vrstah zmnožek števil v 2 poljih neposredno pod njim (glej sliko). Katerega izmed naslednjih števil Matija v nobenem primeru ne bo mogel napisati v najvišje polje?

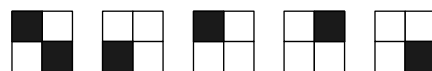


- (A) 56                      (B) 84                      (C) 90                      (D) 105                      (E) 220

12. V razredu je 20 učenk in učencev, ki sedijo v klopih po 2 skupaj. Natanko  $\frac{1}{3}$  fantov v razredu sedi skupaj z dekletmi in natanko  $\frac{1}{2}$  deklet v razredu sedi skupaj s fanti. Koliko fantov je v razredu?

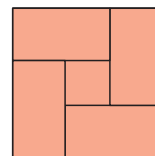
- (A) 9                      (B) 12                      (C) 15                      (D) 16                      (E) 18

13. Tilen je imel 8 enako velikih kock, nekaj izmed 8 kock je bilo črnih, preostale so bile bele. Tilen je z 8 kockami oblikoval večjo kocko in narisal 5 izmed 6 mejnih ploskev večje kocke (glej sliko). Na kateri sliki je 6. mejna ploskev večje kocke, ki jo je oblikoval Tilen?



- (A)      (B)      (C)      (D)      (E)

14. Ema je s 4 enakimi pravokotnimi in 1 majhno kvadratno ploščico oblikovala kvadrat, tako da se ploščice med sabo niso prekrivale (glej sliko). Obseg vsakega pravokotnika je 16 cm. Koliko centimetrov meri obseg kvadrata, ki ga je oblikovala Ema?



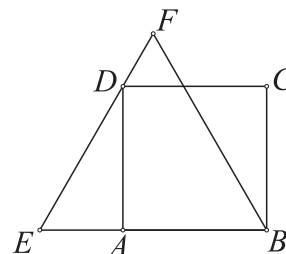
- (A) 16                      (B) 20                      (C) 24                      (D) 28                      (E) 32

15. Simboli  $\bigcirc$ ,  $\square$  in  $\triangle$  predstavljajo 3 različne števke. Vsota števk trimestnega števila  $\bigcirc\square\bigcirc$  je dvomestno število  $\square\triangle$ . Vsota števk dvomestnega števila  $\square\triangle$  je enomestno število  $\square$ . Katero števko predstavlja simbol  $\bigcirc$ ?

- (A) 4                      (B) 5                      (C) 6                      (D) 8                      (E) 9

16. Zoja je narisala kvadrat  $ABCD$  in enakostranični trikotnik  $EBF$  (glej sliko). Obseg kvadrata je 4 cm. Koliko centimetrov meri obseg enakostraničnega trikotnika  $EBF$ ?

- (A) 4                      (B)  $3 + \sqrt{3}$       (C) 3                      (D)  $3 + \sqrt{2}$       (E)  $4 + \sqrt{3}$



**Naloge, vredne 5 točk**

17. Jure si je izbral število 12, nato pa na vsakem koraku dobljeno število ali množil ali delil, če je bilo to mogoče, ali z 2 ali s 3, tako da je po vsakem koraku dobil naravno število. Po 1. koraku bi Jure lahko, na primer, dobil 24, 36, 6 ali 4. Katerega izmed naslednjih števil Jure ni mogel dobiti po 60 korakih?

- (A) 12                      (B) 18                      (C) 36                      (D) 72                      (E) 108

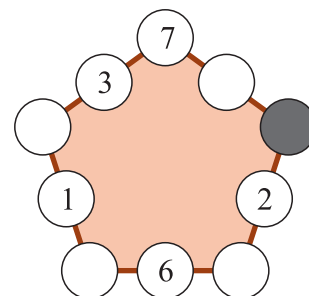


18. Za trimestni števili, ki imata vseh 6 števk različnih, velja, da je 1. števka 1. števila enaka dvakratniku zadnje številke 2. števila. Koliko je lahko najmanjša možna vsota takih 2 števil?

- (A) 301      (B) 535      (C) 537      (D) 546      (E) 552

19. Kristina je napisala števila v 5 izmed 10 krogov na stranicah petkotnika (glej sliko). V preostale kroge bo napisala števila tako, da bo vsota 3 števil na vsaki stranici petkotnika enaka. Katero število bo Kristina napisala v osenčeni krog?

- (A) 7      (B) 8      (C) 11      (D) 13      (E) 15

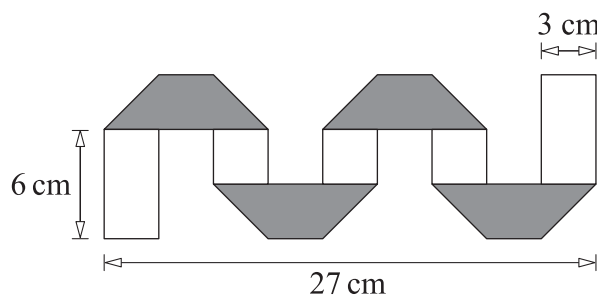


20. Petra ima na socialnem omrežju 50 sledilcev, 49 sledilcev je deklet, 1 sledilec je fant. Koliko deklet mora prenehati slediti Petri, da bo 90 % Petrinih sledilcev deklet?

- (A) 4      (B) 10      (C) 29      (D) 39      (E) 40

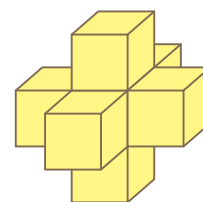
21. Ajda je svoj 3 cm širok pravokoten trak, ki je na eni strani bel in na drugi strani siv, nekajkrat prepognila (glej sliko). Vsi sivi trapezi na prepognjenem traku so skladni. Koliko centimetrov meri dolžina Ajdinega pravokotnega traku?

- (A) 36      (B) 48      (C) 54  
(D) 57      (E) 81



22. Zoja je z lepljenjem običajnih igralnih kock oblikovala figuro (glej sliko, kocke nimajo označenih pik). Kocke je lepila tako, da je zlepila mejni ploskvi kock z enakim številom pik. Koliko pik je na površini figure, ki jo je oblikovala Zoja?

- (A) 24      (B) 90      (C) 95      (D) 105      (E) 126



23. Za člene zaporedja  $x_n$  velja  $x_1 = 2$  in  $x_{n+1} = x_n^{x_n}$  za vsak  $n \geq 1$ . Koliko je vrednost  $x_4$ ?

- (A)  $2^{2^3}$       (B)  $2^{2^4}$       (C)  $2^{2^{11}}$       (D)  $2^{2^{16}}$       (E)  $2^{2^{768}}$

24. Mama je dala Gregorju polno škatlo piškotov in mu naročila, da vse piškote razdeli 3 sestram. Tik preden je dal piškote 1. sestri, je Gregor pojedel polovico piškotov v škatli. Preden je dal piškote 2. sestri, je zopet pojedel polovico piškotov, ki so bili takrat v škatli, in preden je dal piškote 3. sestri, je prav tako pojedel polovico piškotov, ki so bili takrat v škatli. Ko je dal piškote 3. sestri, je bila škatla prazna. Vse sestre so dobile enako število piškotov, to število je bilo celo. Katero izmed naslednjih števil zagotovo deli število piškotov, ki so bili na začetku v škatli?

- (A) 4      (B) 5      (C) 6      (D) 7      (E) 9