Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

47. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Področno tekmovanje, 30. marec 2011

Prilepi nalepko s šifro

NALOGE ZA SEDMI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. Za koliko se razlikujeta največje in najmanjše pravo štirimestno naravno število, ki ga sestavimo iz vseh štirih števk števila 2011?

(**A**) 100 (**B**) 198 (**C**) 1089 (**D**) 1098 (**E**) 1998

A2. V enakokrakem trikotniku višina na osnovnico seka simetralo kota ob osnovnici pod kotom $72°20'$. Koliko meri kot ob vrhu trikotnika?

(**A**) $17°40'$ (**B**) $35°20'$ (**C**) $72°20'$ (**D**) $109°20'$ (**E**) $144°40'$

A3. Namesto števcev in imenovalcev v vsoti ulomkov: $\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}$ postavi štiri enomestna števila: 3, 4, 6 in 7, vsako natanko enkrat. Kolikšna je največja možna vsota ulomkov?

(**A**) $\frac{19}{2}$ (**B**) $\frac{13}{7}$ (**C**) $\frac{5}{2}$ (**D**) $\frac{15}{4}$ (**E**) $\frac{23}{6}$

A4. Na digitalni uri se pokaže čas $5:55$. Čez koliko minut bodo spet vse števke v prikazu enake?

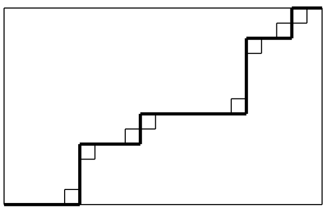
(**A**) 71 (**B**) 111 (**C**) 305 (**D**) 316 (**E**) 376

A5. Koliko lihih pravih trimestnih naravnih števil zadošča vsem trem naslednjim pogojem:

a) vse števke so različne,
b) vsota števk števila je 14,
c) število je manjše od 300?

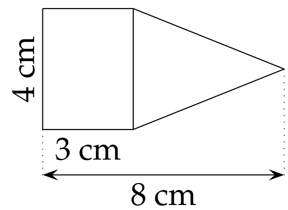
(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6 (**E**) 7

A6. Odebeljena črta na sliki meri 26 cm. Kolikšna je četrtina obsega narisanega pravokotnika?



(**A**) 6.5 cm (**B**) 8 cm (**C**) 13 cm
(**D**) 26 cm (**E**) Četrtine obsega se ne da natanko določiti.

A7. Na sliki sta narisana pravokotnik in enakokrak trikotnik. Koliko meri vsota ploščin obeh likov?



(**A**) 15 cm^2 (**B**) 22 cm^2 (**C**) 28 cm^2
(**D**) 32 cm^2 (**E**) 52 cm^2

A8. Iz 20 kg volne dobimo 7 m tkanine, široke 80 cm. Koliko metrov te tkanine širine 120 cm dobimo iz 30 kg volne?

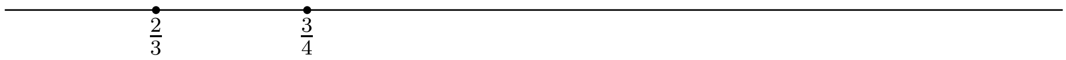
(**A**) 7 m (**B**) 7.8 m (**C**) 8 m (**D**) 8.2 m (**E**) 9.6 m

B1. V enakokrakem trikotniku ABC (osnovnica AB je krajša od kraka) simetrala kota ob osnovnici in višina na krak oklepata kot 10°. Izračunaj velikosti notranjih kotov v stopinjah in minutah.

(6 točk)

B2. Narisan je del številske premice. Natančno nariši točko, ki predstavlja število 1, in postopek opiši.

(6 točk)



B3. V manjši šoli z desetimi oddelki je v vsakem oddelku enako število učencev. V času gripe je v petih oddelkih manjkala polovica učencev. V treh oddelkih je bilo prisotnih $\frac{3}{4}$ učencev. V ostalih oddelkih pa jih je manjkala osmina. Na vsej šoli je bilo odsotnih 70 učencev. Koliko je vseh učencev na šoli?

(6 točk)

47. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Področno tekmovanje, 30. marec 2011

Prilepi nalepko s šifro

NALOGE ZA OSMI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. Kolikšna je vrednost izraza $2^{30} + 2^{30} + 2^{30} + 2^{30}$?

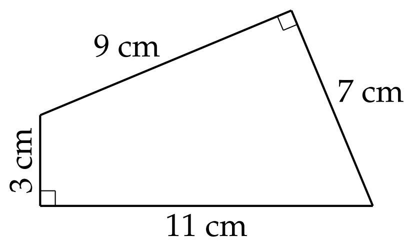
(**A**) 8^{30} (**B**) 2^{30} (**C**) 16^8 (**D**) 8^{15} (**E**) $2 \cdot 1^{30}$

A2. Če neko število na številski premici prezrcalimo preko njegove nasprotne vrednosti, dobimo $\frac{1}{5}$. Katero število smo zrcalili?

(**A**) $\frac{2}{5}$ (**B**) $\frac{1}{15}$ (**C**) $-\frac{2}{5}$ (**D**) $-\frac{1}{10}$ (**E**) $-\frac{1}{15}$

A3. Koliko meri ploščina štirikotnika na sliki?

(**A**) $96\ \text{cm}^2$ (**B**) $40\ \text{cm}^2$ (**C**) $48\ \text{cm}^2$
(**D**) $33\ \text{cm}^2$ (**E**) $24\ \text{cm}^2$



A4. Koliko števk ima v desetiškem zapisu število 1000^{2011}?

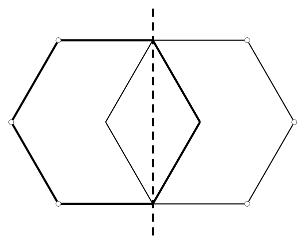
(**A**) 2014 (**B**) 2015 (**C**) 6033 (**D**) 6034 (**E**) 2011000

A5. V trikotniku so dolžine stranic tri zaporedna števila: a, $a + 1$ in $a + 2$. Kaj mora veljati za število a?

(**A**) $a = 0$ (**B**) $0 < a < 1$ (**C**) $a > 1$ (**D**) $0 < a < 2$ (**E**) $a = 1$

A6. Pravilni 6-kotnik preslikamo preko ene od najkrajših diagonal. Kolikokrat je ploščina dobljenega šestkotnika večja od ploščine prvotnega šestkotnika?

(**A**) dvakrat (**B**) 1.75-krat (**C**) $\frac{5}{3}$-krat
(**D**) 1.5-krat (**E**) $\frac{4}{3}$-krat



A7. Za pecivo po osnovnem receptu potrebujemo $\frac{3}{4}$ kg moke in 40 dag sladkorja. Pecivo pripravimo iz 60 dag sladkorja in ustrezne količine moke. Koliko kilogramov moke potrebujemo?

(**A**) 1 kg (**B**) $1\frac{1}{8}$ kg (**C**) $1\frac{1}{4}$ kg (**D**) $1\frac{3}{8}$ kg (**E**) $1\frac{1}{2}$ kg

A8. V štirikotniku $ABCD$ meri kot β 80% kota α. Kot γ meri $\frac{5}{13}$ vsote preostalih treh kotov. Kot δ pa je enak $\frac{4}{5}$ kota γ. Za kateri štirikotnik gre?

(**A**) paralelogram (**B**) pravokotnik (**C**) deltoid
(**D**) raznostranični štirikotnik (**E**) ni mogoče določiti

B1. Izračunaj vrednost številskega izraza:

$$\sqrt{256} \cdot \left(\frac{(1-\frac{1}{3})^2-(\frac{1}{3}-1)^3}{(\frac{1}{3})^2+(\frac{1}{3})^3}\right)^3 + \sqrt{(3^2+\sqrt{4}) \cdot 11}$$

(6 točk)

B2. V enakokrakem trapezu $ABCD$ z osnovnicama $|AB| = 6$ cm in $|CD| = 4$ cm sta diagonali pravokotni druga na drugo. Izračunaj višino trapeza.

(6 točk)

B3. V nekem mestu je $20\ \%$ odraslih prebivalcev brezposelnih, $80\ \%$ pa jih hodi v službo. Po enem mesecu $20\ \%$ brezposelnih najde zaposlitev, službo pa izgubi $20\ \%$ prej zaposlenih. Kolikšen odstotek prebivalcev je sedaj zaposlenih?

(6 točk)

dMFA

47. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Področno tekmovanje, 30. marec 2011

Prilepi nalepko s šifro

NALOGE ZA DEVETI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. V dveh enakih, polnih posodah sta mešanici vode in sirupa. Razmerje vode in sirupa v prvi posodi je $2 : 1$, v drugi pa $4 : 1$. Obe mešanici prelijemo v eno posodo. Kolikšno je sedaj razmerje vode in sirupa?

(**A**) $3 : 1$ (**B**) $5 : 1$ (**C**) $6 : 1$ (**D**) $8 : 3$ (**E**) $11 : 4$

A2. V kakšni medsebojni legi sta premici z enačbama $2x + y = 2$ in $x - 2y = 0$?

(**A**) vzporedni (**B**) mimobežni (**C**) pravokotni
(**D**) enaki (**E**) ni mogoče določiti

A3. Učitelj je popravil 25 preizkusov in izračunal povprečno uspešnost 72 točk od 100 možnih. Pri pregledu preizkusov Maja ugotovi, da je dosegla 86 točk in ne 36 točk. Kolikšna je povprečna uspešnost po tem popravku Majinega rezultata?

(**A**) 71% (**B**) 72% (**C**) 74% (**D**) 75% (**E**) 80%

A4. Kolikšna je vrednost izraza $(x^2 - 2x)(x^2 + 2x)$, če je $(x + 2)(x - 2) = 21$?

(**A**) 400 (**B**) 441 (**C**) 450 (**D**) 525 (**E**) 625

A5. V krog je včrtan kvadrat. Kolikšno je razmerje med ploščino kvadrata s stranico a in kroga?

(**A**) $2 : \pi$ (**B**) $a^2 : \pi$ (**C**) $2\pi : 1$ (**D**) $1 : \pi$ (**E**) $a : 2$

A6. Katero število reši enačbo $\sqrt{\dfrac{2011^2 - x^2}{x + 1}} = 2$?

(**A**) 2008 (**B**) 2009 (**C**) 2010
(**D**) 2011 (**E**) enačba nima rešitev

A7. Besedilo šifriramo tako, da vsaki črki priredimo število, ki je premo sorazmerno z zaporednim številom črke v slovenski abecedi. Katero število pripada črki K, če pripada črki N število 27 in črki G število 13?

(**A**) 23 (**B**) 21 (**C**) 19 (**D**) 17 (**E**) 15

A8. Trikotniku s stranicami 33 cm, 56 cm in 65 cm očrtamo krožnico. Koliko meri njen polmer?

(**A**) 20 cm (**B**) 25 cm (**C**) 27.5 cm (**D**) 32.5 cm (**E**) 35 cm

B1. Luka je kupil zbirateljske karte. Posamezna karta ene vrste je stala 0.25 EUR, karta druge vrste pa 15 centov. Porabil je 4.20 EUR. Vemo še to, da število dražjih kart deli število cenejših. Izračunaj, koliko enih in drugih kart je kupil.

(6 točk)

B2. Imamo romb $ABCD$, katerega osnovnica meri 13 cm, višina pa 12 cm. Na stranici DC leži točka E, tako da sta kota $\sphericalangle DAB$ in $\sphericalangle EBA$ med sabo skladna. Daljica BE razdeli romb na dva lika. Izračunaj razmerje njunih ploščin.

(6 točk)

B3. Hudič in graščak sta na mostu sklenila kupčijo. Graščak je predlagal: »Ob vsakem prehodu mi denar, ki ga imam, podvojiš, jaz pa ti nato dam vsakokrat 24 goldinarjev.« Hudič je privolil. Po trikratnem prekoračenju mostu graščak ni imel več denarja, hudiču pa tudi ni bil nič dolžan. Koliko goldinarjev je imel graščak na začetku?

(6 točk)

47. tekmovanje iz matematike
za Vegovo priznanje
Področno tekmovanje, 30. marec 2011

Rešitve za 7. razred

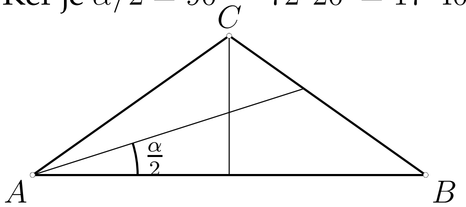
V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
D	D	E	D	E	C	B	A

Utemeljitve:

A1. Največje in najmanjše število sta 2110 in 1012, njuna razlika pa je $2110–1012 = 1098$

A2. Ker je $\alpha/2 = 90° - 72°20' = 17°40'$, sledi $\alpha = 35°20'$. Torej je $\gamma = 180°–2\alpha = 109°20'$.



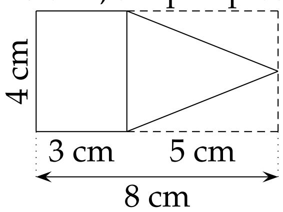
A3. Vsota bo največja, če bo 7 v števcu in 3 v imenovalcu. Torej sta možni vsoti $\frac{7}{3} + \frac{\square}{\square}$ ali $\frac{7}{\square} + \frac{\square}{3}$. V prvem primeru dobimo največ $\frac{7}{3} + \frac{6}{4} = \frac{36}{12}$, v drugem pa $\frac{7}{4} + \frac{6}{3} = \frac{46}{12} = \frac{23}{6}$.

A4. Naslednjič bodo na digitalni uri števke enake, ko bo pokazala $11 : 11$. To je čez 5 ur in 16 minut ali 316 minut.

A5. Število je manjše od 300, zato mora biti prva števka obvezno 1 ali 2. $14 = 1 + 4 + 9 = 1 + 5 + 8 = 1 + 6 + 7$, v tem primeru dobimo števila 149, 185 in 167, ki zadoščajo vsem pogojem. $14 = 2 + 3 + 9 = 2 + 4 + 8 = 2 + 5 + 7 = 2 + 6 + 6$. Če želimo liho število, dobimo še 239, 293, 257 in 275, skupaj torej 7 takih števil.

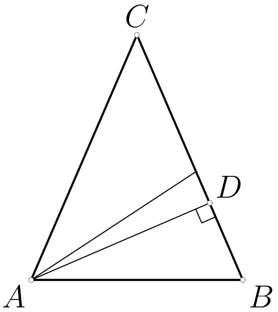
A6. Dolžina odebeljene črte predstavlja vsoto dolžin stranic pravokotnika, torej polovico obsega. Tako meri četrtina obsega 13 cm.

A7. Ploščino pravokotnika izračunamo kot produkt stranic in znaša 12 cm^2, ploščina trikotnika pa prestavlja polovico ploščine pravokotnika s stranicama 5 cm in 4 cm, torej 10 cm^2, skupna ploščina je torej 22 cm^2.



A8. 20 kg volne nam da tkanino površine $700 \cdot 80 = 56000$ cm^2, 30 kg pa torej še za polovico več in znaša površina tkanine 84000 cm^2. Ker je širina blaga 120 cm, mora biti dolžina $84000 : 120 = 700$ cm $= 7$ m.

B1. Z D označimo nožišče višine na krak. V trikotniku ABD merijo koti α, $\frac{\alpha}{2}$–$10°$ in $90°$. Od tod izračunamo notranji kot α, ki meri $\frac{200°}{3} = 66°40'$.
Kot ob vrhu dobimo, če od $180°$ odštejemo 2α, $\gamma = 46°40'$.



Skica z narisanima višino in simetralo (krak mora biti daljši od osnovnice) . . . . 1 točka
Ugotovljene velikost kotov v trikotniku ABD (šteje tudi zapis na skici) . . 1 točka
Zveza: $\alpha + \frac{\alpha}{2}$–$10° = 90°$ **. . . . . 1 točka**
Izračunan kot $\alpha = 66°40'$ **. . . . . 1 točka**
Upoštevanje $\gamma = 180° - 2\alpha$ **. . . . . 1 točka**
Izračunan kot $\gamma = 46°40'$ **. . . . . 1 točka**

B2. Razlika med narisanima ulomkoma je $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$. Število 1 je za $\frac{1}{4}$ večje od števila $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{4} = 3 \cdot \frac{1}{12}$. Razdaljo med $\frac{3}{4}$ in $\frac{2}{3}$ torej trikrat s šestilom nanesemo desno od točke, ki predstavlja število $\frac{3}{4}$.

Izračunana razlika narisanih ulomkov $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$ **. . . . . 2 točki**
Izračunana ali upoštevana razlika med 1 in $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$ . . . . 1 točka
Ugotovitev, da moramo s šestilom trikrat prenesti razdaljo $\frac{1}{12}$ v desno . . . 2 točki
Natančno narisana pozicija števila 1 na številski premici . . . . 1 točka

B3. V petih oddelkih je manjkala $\frac{1}{2}$ učencev, v treh oddelkih $\frac{1}{4}$ in v dveh preostalih še ena osmina: $5 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{8} = \frac{7}{2}$, manjka torej toliko učencev, da bi napolnili 3 oddelke in pol. Ker je manjkajočih učencev 70, jih je v oddelkih torej $(70 : 7) \cdot 2 = 20$. Na celi šoli pa imajo 200 učencev.

Ugotovitev, da manjka v treh oddelkih $\frac{1}{4}$ učencev . . . . 1 točka
Ugotovitev, da manjka v dveh oddelkih $\frac{1}{8}$ učencev . . . . 1 točka
Izračunana vsota $5 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{8} = \frac{7}{2}$ **. . . . . 2 točki**
Izračunano število učencev v enem oddelku $(70 : 7) \cdot 2 = 20$ **. . . . . 1 točka**
Odgovor: Na šoli je 200 učencev. . . . . 1 točka

Rešitve za 8. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
C	E	C	D	C	C	B	A

Utemeljitve:

A1. Računajmo: $2^{30} + 2^{30} + 2^{30} + 2^{30} = 4 \cdot 2^{30} = 2^2 \cdot 2^{30} = 2^{32} = (2^4)^8 = 16^8$

A2. Z zrcaljenjem števila a čez njegovo nasprotno vrednost dobimo $-3a$, $-3a = \frac{1}{5}$, torej smo zrcalili število $-\frac{1}{15}$.

A3. Lik je sestavljen iz dveh pravokotnih trikotnikov s ploščinama $\frac{9 \cdot 7}{2}$ cm^2 in $\frac{3 \cdot 11}{2}$ cm^2, skupaj torej 48 cm^2.

A4. Število $1000^{2011} = (10^3)^{2011} = 10^{6033}$, ki ga zapišemo s števko 1 in 6033 ničlami, ima torej 6034 števk.

A5. Vsota dolžin krajših stranic mora biti daljša od tretje: $a + (a+1) > a + 2$ ali $a > 1$.

A6. Prvotni šestkotnik je sestavljen iz 6 skladnih enakostraničnih trikotnikov, v novonastalem šestkotniku pa je takih enakostraničnih trikotnikov 10. Ploščina je torej $\frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ krat večja.

A7. Na 10 dag sladkorja pride $\frac{3}{4}$: 4 kg $= \frac{3}{16}$ kg moke. Za 60 dag sladkorja, potrebujemo $6 \cdot \frac{3}{16} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$ kg moke.

A8. Vsota kotov $\alpha + \beta + \delta = \frac{13}{5}\gamma$, $\alpha + \beta + \delta + \gamma = 360°$ ali $\frac{18}{5}\gamma = 360°$, γ potem meri $100°$, δ pa $80°$. α in β skupaj merita tudi $180°$ in ker je β 80% kota α, meri α $100°$, β pa $80°$. Po dva nasprotna kota sta skladna in štirikotnik je paralelogram.

B1.

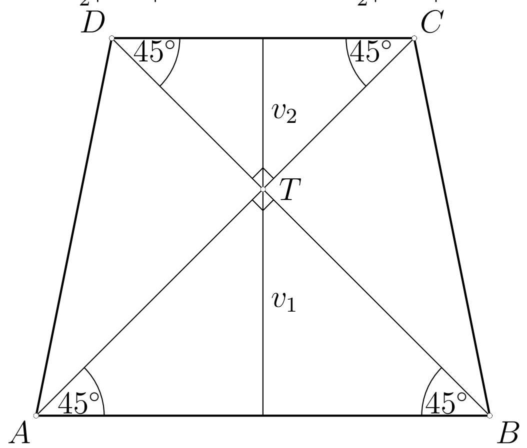
$$\sqrt{256}\cdot\left(\frac{(1-\frac{1}{3})^2-(\frac{1}{3}-1)^3}{(\frac{1}{3})^2+(\frac{1}{3})^3}\right)^3+\sqrt{(3^2+\sqrt{4})\cdot 11}=$$

$$=16\cdot\left(\frac{(\frac{2}{3})^2-(-\frac{2}{3})^3}{\frac{1}{9}+\frac{1}{27}}\right)^3+\sqrt{(9+2)\cdot 11}=$$

$$=16\cdot\left(\frac{\frac{4}{9}-(-\frac{8}{27})}{\frac{4}{27}}\right)^3+\sqrt{11\cdot 11}=16\cdot\left(\frac{\frac{20}{27}}{\frac{4}{27}}\right)^3+11=16\cdot 5^3+11=16\cdot 125+11=2011$$

Izračunan števec ulomka v oklepaju $\frac{20}{27}$ **.................................. 1 točka**
Izračunan imenovalec ulomka v oklepaju $\frac{4}{27}$ **.......................... 1 točka**
Vrednost ulomka v oklepaju 5 **.. 1 točka**
$\sqrt{(3^2+\sqrt{4})\cdot 11}=11$ **.. 1 točka**
$\sqrt{256}\cdot 5^3=2000$ **.. 1 točka**
Rezultat: 2011 **.. 1 točka**

B2. Višina trapeza je enaka vsoti višin v trikotnikih ABT in CDT, kjer je T presečišče diagonal. Ker je trapez enakokrak, sta tudi trikotnika ABT in CDT enakokraka, tako je $|AT|=|BT|$ in $|DT|=|CT|$. Zato merijo koti BAC, ABD, BDC in DCA vsi po $45°$. $v_1=\frac{1}{2}|AB|=3$ cm, $v_2=\frac{1}{2}|DC|=2$ cm. Višina meri 5 cm.



Skica enakokrakega trapeza z narisano višino in pravokotnima diagonalama . 1 točka
Ugotovitev, da lahko višino izračunamo kot vsoto dveh višin v trikotnikih ..... 1 točka
Ugotovitev, da sta oba trikotnika enakokraka in pravokotna .... 1 točka
Izračun višine v_1 **kot polovice stranice** $|AB|$, $v_1=3$ **cm .... 1 točka**
Izračun višine v_2 **kot polovice stranice** $|DC|$, $v_2=2$ **cm .... 1 točka**
Rezultat: Višina trapeza meri 5 **cm .... 1 točka**

B3. Med 20% brezposelnih prebivalcev jih 20% najde zaposlitev, kar pomeni, da se na novo zaposli $20\%\cdot 20\%=4\%$ vseh prebivalcev mesta. Med zaposlenimi pa službo izgubi 20% ljudi, zaposlitev obdrži 80% zaposlenih, kar pomeni $80\%\cdot 80\%=64\%$ vseh prebivalcev. Skupaj je po spremembi zaposlenih $4\% + 64\% = 68\%$ vseh prebivalcev mesta.

Izračunan odstotek prebivalcev, ki pridobijo službo 4% **.................... 2 točki**
Ugotovitev, da 80% **zaposlenih službo obdrži .... 1 točka**
Izračunan odstotek prebivalcev, ki službo ohranijo 64% **.................. 2 točki**
Rezultat: 68% **.. 1 točka**

Rešitve za 9. razred

V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu prizna začetne 4 točke.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
E	C	C	D	A	B	B	D

Utemeljitve:

A1. V prvi posodi s prostornino x je $\frac{x}{3}$ sirupa in $\frac{2x}{3}$ vode, v drugi posodi je $\frac{x}{5}$ sirupa in $\frac{4x}{5}$ vode, v mešanici bo torej $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = \frac{8x}{15}$ sirupa, vode pa bo $2x - \frac{8x}{15} = \frac{22x}{15}$. Razmerje količine vode in sirupa je torej $22 : 8 = 11 : 4$.

A2. Smerna koeficienta danih premic sta -2 in $\frac{1}{2}$, kar pomeni, da sta premici pravokotni.

A3. Vsota vseh doseženih točk na testu znaša $25 \cdot 72 = 1800$ točk. Ta vsota se popravi za 50 točk in znaša 1850. Povprečje doseženih točk pa je $1850 : 25 = 74$.

A4. $(x+2)(x-2) = x^2-4 = 21$, torej je $x^2 = 25$. $(x^2–2x)(x^2+2x) = x^4–4x^2 = 25^2–4\cdot25 = 525$.

A5. Ploščina kvadrata meri a^2, očrtani krog pa ima za polmer polovico diagonale kvadrata $a\sqrt{2}$ in meri njegova ploščina $\pi(\frac{a\sqrt{2}}{2})^2 = \pi\frac{a^2}{2}$. Razmerje ploščin je torej $1 : \frac{\pi}{2}$ ali $2 : \pi$.

A6. Enačbo reši število 2009: $\frac{2011^2-2009^2}{2009+1} = \frac{(2011-2009)(2011+2009)}{2010} = \frac{2\cdot4020}{2010} = 4$.

A7. Črka G je 8. po vrsti v slovenski abecedi, črka N pa 15. Razlika med njunima prirejenima številoma je 14, med njunima pozicijama pa 7, kar pomeni, da vsaki naslednji črki v abecedi pripada za 2 večja šifra. Ker je črka K dvanajsta, ji pripada število, ki je za $4 \cdot 2 = 8$ večje od števila, ki pripada G, to število je 21.

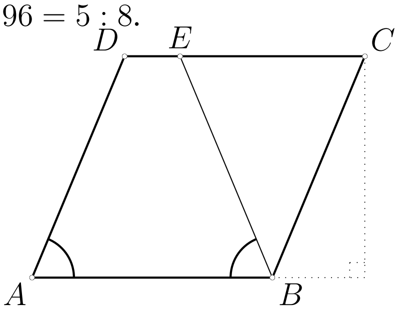
A8. Trikotnik je pravokoten ($33^2 + 56^2 = 65^2$), tako meri polmer očrtanega kroga polovico hipotenuze ali $\frac{65}{2} = 32.5$ cm.

B1. Kupil je x kart po 0.25 EUR in y kart po 0.15 EUR. Torej $25x + 15y = 420$. Po krajšanju lahko zapišemo $5x + 3y = 84$. x deli y in je torej $y = kx$. k, x in y so naravna števila. V enačbi lahko x izpostavimo in dobimo $x(5+3k) = 84$. x deli število 84, hkrati pa mora biti manjši od 11, saj je drugo število $5 + 3k$ vsaj 8. x bi bil lahko torej 1, 2, 3, 4, 6 ali 7. Vrednosti $5+3k$ pa bi bile potem 84, 42, 28, 21, 14 in 12. Iz tega sledi $3k$ je lahko 79, 37, 16, 9, 7. Ker je k naravno število, pride v poštev samo rezultat $3k = 9$, $k = 3$, $x = 6$ in $y = 18$. Kupil je 6 kart po 0.25 EUR in 18 kart po 0.15 EUR.

Zapis zveze med cenami kupljenih kart, npr. $0.25x + 0.15y = 4.2$ .... **1 točka**
Ureditev: $25x + 15y = 420$ .... **1 točka**
Ugotovljene možne vrednosti za število dražjih kart* .... **1 točka**
Izračun možnih vrednosti števila cenejših kart .... **1 točka**
Izločitev vseh neustreznih možnosti
(kjer število kart ni naravno ali x **ne deli** y**)** .... **1 točka**
Odgovor: Kupil je 6 **kart po** 0.25 **EUR in** 18 **kart po** 0.15 **EUR** .... **1 točka**

***Opomba: Tekmovalec lahko rešuje enačbo** $25x + 15y = 420$ **s poskušanjem in vstavljanjem zaporednih naravnih števil, vendar, če pri tem ne preveri vseh smiselnih možnosti in se zadovolji s prvo dobljeno rešitvijo, lahko dobi največ tri točke.**

B2. Daljica BE razdeli romb na enakokrak trapez in enakokrak trikotnik. Trikotniku ECB lahko izračunamo stranico s pomočjo Pitagorovega izreka in meri 10 cm, ploščina tega trikotnika je potem $\frac{10\cdot 12}{2} = 60$ cm^2. Trapez ima osnovnici dolgi 13 cm in 3 cm. Ploščino trapeza izračunamo po enačbi: $\frac{(|AB|+|CE|)\cdot v}{2} = 96$ cm^2. Razmerje ploščin je potem $60 : 96 = 5 : 8$.



Skica romba z vrisano daljico BE .... **1 točka**
Ugotovitev, da je trikotnik CEB **enakokrak** .... **1 točka**
Izračun osnovnice trikotnika $|EC| = 10$ **cm** .... **1 točka**
Izračunana ploščina trikotnika CEB, 60 **cm**^{2}. .... **1 točka**
Izračunana ploščina trapeza $ABED$, 96 **cm**^{2} .... **1 točka**
Odgovor: Razmerje ploščin je $5 : 8$ .... **1 točka**

B3. Recimo da je imel graščak na začetku x goldinarjev, po prvem prehodu je imel potem $2x$–24, po drugem prehodu $2(2x$–$24)$–24 in po tretjem prehodu $2(2(2x$–$24)$–$24) - 24$. Na koncu nima več denarja, zato velja enačba $2(2(2x$–$24)$–$24) - 24 = 0$. Rešitev enačbe $x = 21$, na začetku je imel graščak 21 goldinarjev.

Zapis spremembe števila goldinarjev ob vsakem prehodu mostu $2x$–24 . **1 točka**
Zapis enačbe po treh prehodih: $2(2(2x$–$24)$–$24) - 24 = 0$ .... **2 točki**

Poenostavitev enačbe, npr. $8x–168 = 0$ ali
vsakokratno deljenje z 2 in dobljena enačba $2x–12 = 9$ ....2 točki
Rezultat in odgovor: 21 goldinarjev ....1 točka

Opomba: Tekmovalec lahko reši nalogo tudi brez enačbe. Izračuna, da je imel pred tretjim prehodom 12 goldinarjev, pred drugim 18 goldinarjev in na začetku 21 goldinarjev. Tako dobi vse točke.

Samo z ugibanjem, brez utemeljitve, pa dobi največ dve točki.