Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

51. FIZIKALNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE
Državno tekmovanje, Novo mesto, 13. 4. 2013

Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Na rekreativnem teku tečejo tekači 10 km razdaljo, tako da se po 5 km obrnejo in tečejo po isti trasi nazaj. Štartajo v enakomernih presledkih po eno minuto. Privzamemo, da vsi tečejo z enako konstantno hitrostjo. Jaka je po obratu pričel šteti tekače, ki so mu prihajali nasproti, in ko je pritekel skozi cilj, je ravno štartal tekač, ki je bil po njegovem štetju 48.

   a) Kolikšna je bila Jakova hitrost?

   Skupaj z zadnjim tekačem, ki ga je Jaka še naštel, je štartal Matic, ki teče konstantno, a hitreje kot rekreativci. Ko je Matic pritekel do polovice proge, je prehitel 6 tekačev, s tem, da je zadnjega prehitel tik pred obratom. (Tekača, skupaj s katerim je štartal, pa ne štejemo med prehitele tekače.)

   b) V kolikšnem času je Matic pretekel 10 km razdaljo?

   c) Kolikšno dolžino časovnega intervala med dvema zaporednima tekačema, ki tečeta Maticu nasproti, izmeri Matic?

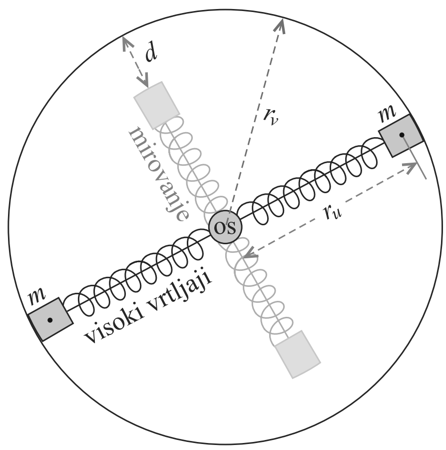
2. Dolga deska z maso 40 kg leži na gladkih tleh. Na to desko položimo krajšo desko z maso 10 kg. Krajšo desko sunemo v vzdolžni smeri z začetno hitrostjo 5 m/s. Koeficient trenja med deskama je 0,5.

   a) Kolikšna je hitrost desk, ko se krajša deska ustavi glede na dolgo? Med gibanjem krajša deska ne zdrsne z dolge.

   b) Kolikšno pot je opravila krajša deska glede na dolgo desko, preden se je ustavila?

3. Na priloženi sliki je poenostavljen model samodejne sklopke, kot jo najdemo na primer pri mopedih.

   Sklopka deluje takole: Na os, ki jo poganja motor, sta pritrjeni dve vodili, po vsaki se lahko v radialni smeri brez trenja giblje po ena utež z maso $m = 100$ g. Uteži sta z enakima lahkima vzmetema s prožnostnim koeficientom 1,5 N/cm pritrjeni na os. Koncentrično okrog osi je votel valj z notranjim polmerom $r_v =$ 5,0 cm, ki je (preko zobnikov in verige) povezan s pogonskim kolesom. V notranjosti valja je mehanizem z utežmi. Pri nizkih vrtljajih motorja se uteži ne dotikata valja, valj se ne vrti in moped miruje. Pri visokih vrtljajih se vzmeti raztegneta in uteži s trenjem delujeta na stene valja – na pogonsko kolo se prenaša navor. Takrat je težišče uteži oddaljeno $r_u = 4{,}0$ cm od osi, koeficient trenja med utežjo in steno valja je 0,35. Ko je motor ugasnjen in vzmeti neraztegnjeni, je med utežjo in steno valja reža širine $d = 1{,}0$ cm.

   Da lahko speljemo, moramo na valj prenesti vsaj 0,4 Nm navora. Pri koliko vrtljajih motorja na minuto lahko speljemo?

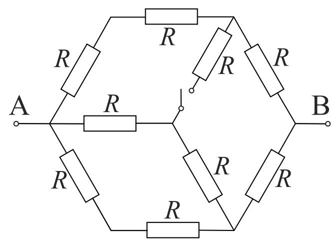
4. Na podpornika, ki sta na medsebojni razdalji 1 m, simetrično postavimo desko z dolžino 2 m in maso 5 kg. Tako smo si pripravili knjižno polico, na katero v eno vrsto, pokončno postavljamo knjige z enako dolžinsko gostoto mase 2,2 kg/dm.

   a) Knjige začnemo postavljati na skrajnem levem robu. Kolikšno dolžino na polici lahko uporabimo za knjige, da se polica ne prevrne (dvigne na desnem robu)?

   b) Za najmanj koliko moramo povečati razdaljo med podpornikoma, da se pri nobeni dolžini knjig polica ne prevrne? Knjige postavljamo tako kot v primeru a).

Skupina II

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.



1. V vezju na sliki je vrednost posameznega upora $R = 10\ \Omega$. Med točki A in B priključimo izvir z napetostjo 10 V in zanemarljivim notranjim uporom. Kolikšen tok teče skozi izvir, če je stikalo

   a) izklopljeno?

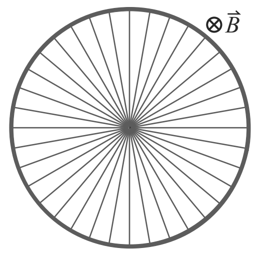
   b) vklopljeno?

2. Na dnu pokončne toplotno izolirane valjaste posode s polmerom 0,5 m in višino 10 m je bat z maso 50 kg, ki je na vrh posode pritrjen z vzmetjo s prožnostnim koeficientom $1 \cdot 10^4$ N/m. Ko je bat na dnu posode, v kateri je sprva vakuum, je vzmet ravno nedeformirana. Pod batom ima posoda ventil, ki je sprva zaprt, potem pa ga odpremo, tako da okoliški zrak, ki ima temperaturo 20 °C in tlak 1 bar, prodre v posodo.

   a) Na kateri ravnovesni višini se ustali bat po tem, ko odpremo ventil?

   b) Kolikšna je tedaj temperatura zraka v posodi?

   Kilomolska masa zraka je 29 kg/kmol, razmerje specifičnih toplot je $\varkappa = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}4$, $c_v = \frac{R}{M(\varkappa - 1)}$ in splošna plinska konstanta 8300 J/kmolK.



3. Os kovinskega kolesa je povezana z obodom s 100 enakomerno razporejenimi prečkami. Polmer oboda (in dolžina prečk) je 20 cm, prečke so jeklene s prečnim presekom 0,10 mm^2. Med središče kolesa in obod priključimo napetost 3 V. S kolikšnim navorom se prične vrteti kolo, ko ga postavimo v konstatno magnetno polje z gostoto 0,1 T, ki ima smer osi kolesa? Specifična upornost jekla je $7{,}2 \cdot 10^{-7}\ \Omega$m. Upor oboda je zanemarljiv. Na sliki niso narisane vse prečke.

4. Krogli s polmeroma 2 cm in 5 cm sta na medsebojni razdalji 1 m (razdalja med njunima središčema). Prva je nabita z nabojem 1 μAs, druga pa z nabojem 4 μAs. Predpostavi, da sta obe krogli enakomerno nabiti. Površji krogel povežemo z žico, tako da se napetosti na površju krogel izenačita.

   a) Kolikšno je sedaj razmerje nabojev na obeh kroglah?

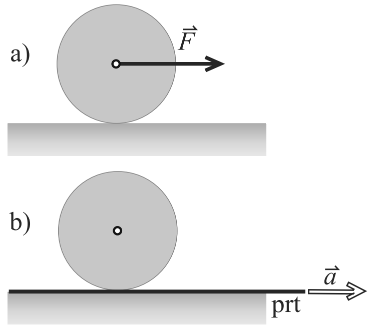
   b) S kolikšnim nabojem je sedaj nabita vsaka izmed krogel?

   Električni potencial (napetost) na oddaljenosti r od središča krogle je $U = e/4\pi\epsilon_0 r$. Influenčna konstanta je $\varepsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-12}$ As/Vm.

Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Na mizi leži kuhinjski valjar za testo. Os, ki poteka skozi valjar, je vpeta brez trenja. Polmer valjara je 5 cm, masa je 1 kg. Valjar primemo za os in začnemo kotaliti po mizi z vodoravno silo $F =$ 10 N, kot kaže slika a). Valjar se po mizi kotali brez podrsavanja.



   a) Kolikšen je pospešek valjara?

   Sedaj pa pod valjar na mizi podstavimo prt. Prt pričnemo vleči z mize v vodoravni smeri pravokotno na os valjara s pospeškom $a =$ 1 m/s^2, kot kaže slika b). Valjar se po prtu kotali brez podrsavanja.

   b) S kolikšnim pospeškom glede na mizo se giblje valjar?

   c) S kolikšnim pospeškom glede na prt se giblje valjar?

   Vztrajnostni moment valja z maso m in polmerom r okrog osi skozi središče je $\frac{1}{2}mr^2$. Ročaji valjara so zanemarljivi.

2. Idealno črno kroglo s polmerom 0,5 m vzdržujemo pri stalni temperaturi 100 °C. Kroglo obdamo s tanko in prav tako idealno črno koncentrično lupino s polmerom 1 m.

   Sistem krogla-lupina je v vesolju, daleč vstran od drugih teles, in predstavlja model toplogrednega pojava.

   a) Kolikšna je ravnovesna temperatura lupine?

   b) Kolikokrat manjša je moč, ki jo v okolico seva sistem krogla-lupina, od moči, ki bi jo sevala krogla sama?

3. Opazujemo pretakanje vode v cevi, v kateri so pozitivni ioni z gostoto naboja $1{,}0 \cdot 10^4$ As/m^3. Prostorninski tok v cevi s polmerom 30 mm se enakomerno spreminja od 0 do največje vrednosti 1,0 l/s v intervalu 1,0 s, nato pa v enakem časovnem intervalu zopet enakomerno pade na 0. Spreminjanje toka merimo preko inducirane napetosti v toroidni tuljavi z 10 000 navoji, ki objema cev, tako da je ravnina, v kateri leži toroid (svitek), pravokotna na smer pretakanja tekočine. Srednji polmer svitka je 34 mm, polmer posameznega navoja pa 4 mm.

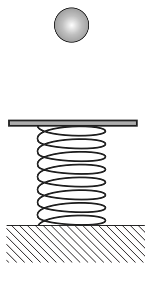
   a) Kolikšna je največja vrednost magnetnega polja v svitku?

   b) Skiciraj potek inducirane napetosti v svitku; graf opremi s skalo.

   c) Kolikšna je najmanjša sprememba toka, ki jo na ta način lahko še merimo, če je najmanjša napetost, ki jo lahko še merimo 2 μV?

   Indukcijska konstanta je $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am.

4. Vzmetni trampolin je sestavljen iz lahke vzmeti s prožnostnim koeficientom 10 N/m, ki je na eni strani pritrjena na tla, na drugi strani pa na deščico z maso 100 g, kot kaže slika. Z višine 11 cm nad deščico spustimo kroglico z maso 100 g.



   a) Kolikšna je hitrost kroglice tik po prvem trku z deščico in kolikšna je takrat hitrost deščice? Trk kroglice z deščico je prožen. (Če rezultat za deščico že poznaš, lahko napišeš odgovor brez računa.)

   b) Na kolikšni oddaljenosti od prvotne lege deščice bo kroglica drugič trčila z deščico?

   Namig: Morda boš moral rešiti enačbo $a \sin x = x^2$ (kjer je količina x sorazmerna s časom). Enačbo lahko rešiš grafično ali pa s poskušanjem.

Državno tekmovanje srednješolcev iz fizike v letu 2013

Novo mesto, 13. april 2013

Kazalo

Skupina I – rešitve

Rezultat je potrebno zapisati s smiselnim številom števk, v nasprotnem primeru odbijemo 1 t.

1. *Podatki:* $s = 10$ km, $\Delta t = 1$ min, $N = 48$.

   a) Ker tekači štartajo v razmikih Δt, je 48. tekač startal $48\Delta t$ za Jakom, torej je Jaka tekel 48 min. Njegova hitrost je bila

$$v_J = \frac{s}{N\Delta t} = 12{,}5\ \mathrm{km/h} = 3{,}47\ \mathrm{m/s}\,.$$

   [3 t.]

   b) Tekač, ki ga je Matic ujel na polovici proge, je startal 6 min pred Maticem in porabil za polovico proge toliko kot Jaka, torej 24 min. Pomeni, da je polovico proge Matic porabil 18 min in za celo progo 36 min. [2 t.]

   c) V času Δt tekač, ki teče z Jakovo hitrostjo, preteče razdaljo

$$s_1 = v_J \Delta t\,.$$

   [2 t.]

   Tekača, ki si tečeta nasproti s hitrostima v_J in v_M pa na enaki začetni razdalji potrebujeta do medsebojnega srečanja

$$\Delta t' = \frac{v_J \Delta t}{v_J + v_M} = \frac{\frac{s}{t_J}\Delta t}{\frac{s}{t_J} + \frac{s}{t_M}} = \frac{t_M}{t_M + t_J}\Delta t = \frac{36}{84}\Delta t = \frac{3}{7}\Delta t = 0{,}43\ \mathrm{min} = 25{,}7\ \mathrm{s}\,.$$

   [3 t.]

   Alternativna rešitev: Na polovici proge je Matic srečal vse tiste tekače, ki jih je naštel Jaka, razen tistih 6, ki jih je prehitel. Torej mu je v času 18 min nasproti priteklo 42 tekačev in iskani interval je

$$\Delta t' = \frac{18\ \mathrm{min}}{42} = \frac{3}{7}\Delta t\,.$$

2. *Podatki:* $M = 40$ kg, $m = 10$ kg, $v = 5$ m/s, $k = 0{,}5$.

a) Ohranja se skupna gibalna količina:

$$mv = (m + M)v' \,.$$

[3 t.]

Hitrost desk je

$$v' = \frac{mv}{m + M} = 1 \text{ m/s} \,.$$

[1 t.]

b) Sprememba kinetične enerije je enaka delu trenja:

$$\tfrac{1}{2}\, mv^2 - \tfrac{1}{2}(m + M){v'}^2 = F_{\mathrm{tr}} s = mgk\, s \,.$$

[5 t.]

Pot glede na dolgo desko je enaka

$$s = \frac{mv^2 - (m + M){v'}^2}{2mgk} = 2{,}04 \text{ m} \,.$$

[1 t.]

3. *Podatki:* $m = 100$ g, $k = 1{,}5$ N/cm, $r_u = 4{,}0$ cm, $r_v = 5{,}0$ cm, $k_t = 0{,}35$, $d = 1{,}0$ cm, $M = 0{,}4$ Nm.

   Zapišimo 2. Newtonov zakon za vrtenje uteži, ko utež drsi po notranjem obodu valja:

   $$mr_u\omega^2 = F_\perp + kd\,.$$

   [2 t.]

   Za mejni navor velja

   $$M = 2k_tF_\perp\, r_v\,.$$

   [2 t.]

   Prvo enačbo sedaj lahko zapišemo kot

   $$\omega^2 = \frac{M}{2mk_tr_vr_u} + \frac{kd}{mr_u}\,.$$

   [3 t.]

   Mejne vrednosti so

   $$\omega = 57\ \mathrm{s}^{-1}\,, \qquad \nu = 9\ \mathrm{s}^{-1} = 540\ \mathrm{min}^{-1}\,.$$

   [3 t.]

4. *Podatki:* $s = 1$ m, $l = 2$ m, $m_d = 5$ kg, $\rho_l = 2{,}2$ kg/dm

a)

Os za računanje navorov postavimo v levi podpornik. Ročica teže deske je $s/2$, masa knjig je $\rho_l x$, če z x označimo dolžino knjig, ročica pa $(l - s - x)/2$:

$$m_d g \, \frac{s}{2} = m_k g \, \frac{l - s - x}{2} = \rho_l x g \, \frac{l - s - x}{2} \ .$$

[3 t.]

Pokrajšamo in preuredimo, da dobimo kvadratno enačbo

$$x^2 - (l - s)x + \frac{m_d}{\rho_l}\, s = 0$$

z rešitvama

$$x_{1,2} = \frac{l - s \pm \sqrt{(l-s)^2 - 4\,\frac{m_d}{\rho_l}}}{2}\,, \qquad x_1 = 35 \text{ cm}\,, \quad x_2 = 65 \text{ cm}\,.$$

Položiti smemo manj kot 35 cm knjig ali več kot 65 cm [3 t.]; če je x znotraj intervala $[x_1, x_2]$ pa je sistem nestabilen.

b) Kritičen primer je takrat, ko knjige na levi segajo od levega krajišča do levega podpornika, torej ko je $x = (l - s)/2$. V tem primeru iščemo razmik s, enačba za ravnovesje pa je enaka kot prej:

$$m_d g \, \frac{s}{2} = \rho_l \frac{(l-s)}{2} \, g \, \frac{(l-s)}{4} \ .$$

[2 t.]

Dobimo kvadratno enačbo

$$s^2 - \left(2l + \frac{4m_d}{\rho_l}\right) s + l^2 = 0\,,$$

z rešitvijo

$$s_{1,2} = l + \frac{2m_d}{\rho_l} \pm \sqrt{\frac{2m_d}{\rho_l}\left(\frac{2m_d}{\rho_l} + 2l\right)^2} \ .$$

Smiselna je le rešitev s predznakom $-$, saj je v drugem primeru razmik med podporniki večji od dolžine deske. Dobimo:

$$s = 1{,}031 \text{ m}\,.$$

[2 t.]

Razdaljo moramo povečati za najmanj 31 mm.

Skupina II – rešitve

Rezultat je potrebno zapisati s smiselnim številom števk, v nasprotnem primeru odbijemo 1 t.

1. *Podatki:* $R = 10\ \Omega$, $U = 10$ V.

   a) V tem primeru je vezje sestavljeno iz dveh vzporedno vezanih vej, zgornje z uporo $3R$ in spodnje z uporom $2R$ (nadomestni upor štirih upornikov je kar R.) [2 t.]

   Za nadomestni upor potem velja:

   $$\frac{1}{R'} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R}\,, \qquad R' = \frac{6R}{5}\,.$$

   [1 t.]

   Tok je enak

   $$I' = \frac{U}{R'} = 0{,}83\ \mathrm{A}\,.$$

   [1 t.]

   b) Vezje je simetrično glede na vodoravno os skozi AB. Označimo tokove: Tok skozi zgornja leva dva upornika: I_1, tok v srednji veji I_2, ki se potem razcepi v dva tokova po $I_2/2$ in končno tok v desnem zgornjem (in enako spodnjem) uporniku kot $I_1 + I_2/2$. Za napetost po zgornji veji velja: [1 t.]

   $$U = 2RI_1 + R(I_1 + \tfrac{1}{2}I_2)\,.$$

   Če naredimo zaključen obhod po zgornjih štirih upornikih (v nasprotni smeri urinega kazalca):

   $$RI_2 + R\,\tfrac{1}{2}I_2 - 2RI_1 = 0\,.$$

   [3 t.]

   Od tod takoj sledi:

   $$I_1 = \frac{3U}{11R}\,, \qquad I_2 = \frac{4}{3}\,I_1\,.$$

   [1 t.]

   Celotni tok je potem

   $$I'' = I_2 + 2I_1 = \frac{10U}{11R} = 0{,}91\ \mathrm{A}\,.$$

   [1 t.]

2. *Podatki:* $r = 0{,}5$ m, $h = 10$ m, $m_b = 50$ kg, $k = 10^4$ N/m, $T_o = 20$ °C, $p_0 = 1$ bar, $\kappa = 1{,}4$.

a)
Ko se bat umiri so sile v ravnovesju

$$m_b g + kx = p_o S\ ,$$

[3 t.]

odkoder dobimo

$$x = \frac{p_o S - m_b g}{k} \approx \frac{p_o S}{k} = 7{,}9\,\mathrm{m}$$

$S = \pi r^2$ je prečni presek posode. [1 t.]

b)
Enačba stanja za zrak, ki vdre v posodo za trenutek preden odpremo ventil, je

$$\frac{p_o V'}{T_o} = \frac{m}{M} R\ ,$$

[1 t.]

potem ko odpremo ventil in se bat umiri pa velja enačba stanja

$$\frac{p_o V}{T} = \frac{m}{M} R\ .$$

[1 t.]

Zapišemo še energijski zakon, kjer takoj zanemarimo potencialno energijo bata, saj je $m_b g x \ll kx^2/2$

$$m c_V (T - T_0) = -\frac{kx^2}{2} + p_0 V'\ .$$

[2 t.]

Iz enačb stanja izrazimo $m = p_0 V M / RT$ in $p_0 V' = T_0 V p_0 / T$ in nesemo to v energijski zakon ter dobimo

$$\frac{p_0 V}{T} \frac{M}{R} c_V (T - T_0) = -\frac{kx^2}{2} + p_0 V \frac{T_0}{T}\ .$$

[1 t.]

Upoštevamo še podani izraz za c_V in $V = Sx$ pa dobimo rezultat

$$T = T_0 \frac{1 + (1-\kappa)^{-1}}{(1-\kappa)^{-1} + kx/2p_0 S} = -53\ ^\circ\mathrm{C}\ .$$

[1 t.]

3. *Podatki:* $N = 100$, $l = 20$ cm, $S = 0{,}10$ mm^2, $U = 3$ V, $B = 0{,}1$ T, $\zeta = 7{,}2 \cdot 10^{-7}$ Ωm.

   Tok skozi eno prečko:

$$I_1 = \frac{U}{R} = \frac{IS}{\zeta l} = 2{,}08 \text{ A}\,.$$

   [1 t.]

   Magnetna sila je pravokotna na prečko in meri

$$F_1 = I_1 l B\,.$$

   [1 t.]

   Sila prijemlje po vsej palici, a jo lahko tako kot težo nadomestimo s silo, ki prijemlje v težišču, torej v sredini palice. [3 t.]

   Vsi navori sučejo kolo v isti smeri in se seštejejo:

$$M = NF_1\,\frac{l}{2} = \frac{NI_1 l^2 B}{2} = \frac{NUSlB}{2\zeta} = 0{,}42 \text{ Nm}\,.$$

   [5 t.]

4. *Podatki:* $r_1 = 2$ cm, $r_1 = 5$ cm, $l = 1$ m, $e_1 = 1$ μAs, $e_2 = 4$ μAs.

a)

Potencial na prvi krogli je

$$U_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e_1'}{r_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e_2'}{l - r_1} \ ,$$

na drugi krogli pa

$$U_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e_2'}{r_2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e_1'}{l - r_2} \ .$$

[5 t.]

Ko površini krogel povežemo, mora veljati $U_1 = U_2$, odkoder dobimo razmerje nabojev, ki ga označimo z α

$$\alpha = \frac{e_1'}{e_2'} = \frac{r_1(l - r_2)}{r_2(l - r_1)} = 0{,}39 \ .$$

[2 t.]

b)

Naboj se ohranja, zato velja

$$e_1 + e_2 = e_1' + e_2' \ .$$

[2 t.]

Upoštevamo še enačbo $e_1' = e_2'\alpha$, ki smo jo izračunali v (a) primeru. Tako imamo sistem dveh enačb z dvema neznankama, ki ima rešitev

$$e_2' = \frac{1}{\alpha + 1}(e_1 + e_2) = 3{,}6\,\mu\text{As} \ ,$$

$$e_1' = \frac{\alpha}{\alpha + 1}(e_1 + e_2) = 1{,}4\,\mu\text{As} \ .$$

[1 t.]

Skupina III – rešitve

Rezultat je potrebno zapisati s smiselnim številom števk, v nasprotnem primeru odbijemo 1 t.

1. *Podatki:* $r = 5$ cm, $m = 1$ kg, $F = 10$ N, $a_p = 1$ m/s^2.

   a) Na valj deluje sil F in sila lepenja. Zapišemo Newtonov zakon za translacijo

   $$ma = F - F_l$$

   [1 t.]

   in rotacijo okoli osi valja

   $$J\alpha = F_l r\,, \qquad J = \tfrac{1}{2}mr^2\,, \qquad \tfrac{1}{2}mr^2\alpha = F_l r\,.$$

   Ker se kotali, velja $a = r\alpha$, in iz druge enačbe takoj dobimo

   $$F_l = \tfrac{1}{2}ma$$

   [2 t.]

   in končno iz prve:

   $$a = \frac{2F}{3m} = 6{,}7\ \mathrm{m/s^2}\,.$$

   [1 t.]

   b) Glede na prt se giblje s pospeškom a, ki ima nasprotno smer kot pospešek prta. Na valj deluje prt s silo F_p, ki pospešuje valj s pospeškom a glede na mizo:

   $$ma = F_p\,.$$

   [1 t.]

   Hkrati se pospešuje s kotnim pospeškom $\alpha = (a_p - a)/r$.

   $$\tfrac{1}{2}mr^2\alpha = F_p r\,, \qquad \tfrac{1}{2}m(a_p - a) = F_p\,.$$

   [3 t.]

   Končno dobimo:

   $$a = \frac{1}{3}\,a_p\,.$$

   [1 t.]

   c) Glede na prt se giblje s pospeškom

   $$a_r = a - a_p = -\frac{2}{3}\,a_p\,.$$

   [1 t.]

2. *Podatki:* $r = 0{,}5$ m, $T_1 = 100$ °C, $R = 1$ m.

a)

Moč, ki jo oddaja krogla, je

$$P_1 = S_1 \sigma T_2^4 - S_1 \sigma T_1^4 = S_1 \sigma \left(T_2^4 - T_1^4\right) ,$$

moč, ki jo oddaja lupina, pa je

$$P_2 = -S_2 \sigma T_2^4 .$$

$S_1 = 4\pi r^2$ je površina krogle, $S_2 = 4\pi R^2$ pa površina lupine. Pri tem smo upoštevali, da se izsevana moč, ki jo oddaja notranja površina lupine porabi deloma za segrevanje (notranje) krogle (ta prispevek smo upoštevali v moči, ki jo oddaja krogla), deloma pa pa se absorbira na notranjih stenah lupine. V ravnovesju velja $P_1 = P_2$

$$4\pi r^2 \sigma \left(T_2^4 - T_1^4\right) = -4\pi R^2 \sigma T_2^4 ,$$

odkoder za ravnovesno temperaturo lupine dobimo

$$T_2 = T_1 \sqrt[4]{\frac{r^2}{r^2 + R^2}} = -23{,}6°\mathrm{C} .$$

[6 t.]

Tisti, ki so ravnovesje nastavili kot

$$S_1 \sigma T_1^4 = 2 S_2 \sigma T_2^4$$

izgubijo 1 točko.

b)

Razmerje moči je

$$\frac{P(krogla + lupina)}{P(krogla)} = \frac{S_2 T_2^4}{S_1 T_1^4} = \frac{R^2}{r^2 + R^2} = 0{,}8 .$$

V našem primeru dobimo torej 0,8-krat manjšo moč, kot bi jo dobili, če bi imeli samo kroglo pri T_1. [4 t.]

3. *Podatki:* $\rho_e = 1{,}0 \cdot 10^4$ As/m^3, $r_c = 30$ mm, $\Phi_V = 1{,}0$ l/s, $\Delta t = 1{,}0$ s, $N = 10^4$, $r_s = 34$ mm, $r_o = 4$ mm.

a) Največji električni tok v cevi:

$$I_0 = \rho_e \Phi_V = 10 \text{ A}\,.$$

[1 t.]

Največje magnetno polje v svitku:

$$B_0 = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi(r_s - r_o)} = 67\ \mu\text{T}\,.$$

[1 t.]

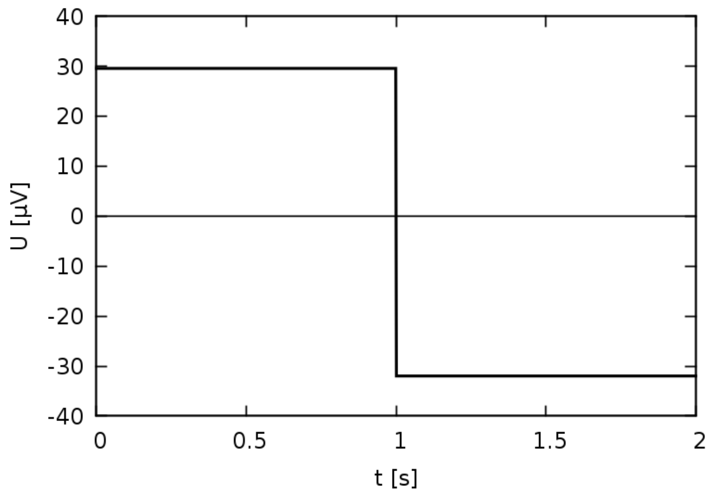
b)

Inducirana napetost v svitku

$$U = NS\,\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{N\pi r_o^2 B_0}{\Delta t} = \frac{N\mu_0 r_o^2 \rho_e \Phi_V}{2 r_s \Delta t} = 29{,}5\ \mu\text{V}\,.$$

[4 t.]

Ko se tok manjša, je napetost enaka, le predznak se spremeni.



[2 t.]

c)

Na podlagi rezultata pri b) ugotovimo, da lahko merimo še spremembe prostorninskega toka

$$\frac{\Delta \Phi_v}{\Delta t} = \frac{2 r_s U_m}{N \mu_0 r_o^2 \rho_e} = 68 \text{ ml/s}^2\,.$$

(Upoštevamo tudi račun spremembe električnega toka namesto prostorninskega toka.) [2 t.]

4. *Podatki:* $k = 10$ N/m, $m = 100$ g, $h = 11$ cm.

a)

Pred trkom ima kroglica hitrost $v = \sqrt{2gh} = 1{,}47$ m/s, [1 t.]

po trku pa hitrost 0. Deščica ima pred trkom hitrost 0, po trku pa hitrost $v = \sqrt{2gh} = 1{,}47$ m/s. To velja le v tem primeru, ko sta masi kroglice in deščice enaki. [3 t.]

b)

Enačba gibanja za deščico je $y_t(t) = y_0 \sin \omega t$, kjer je $\omega = \sqrt{k/m}$. [1 t.]

Enačba gibanja za kroglico pa je $y_k(t) = gt^2/2$. Drugič bo kroglica trčila z deščico, ko bo veljalo

$$y_t(t) = y_k(t) \, .$$

Če uvedemo novo spremenljivko $x = \omega t$, dobimo enačbo

$$\frac{g}{2\omega^2 y_0} x^2 = \sin x \, .$$

[2 t.]

Iz ohranitve energije

$$\frac{k y_0^2}{2} = mgh$$

dobimo amplitudo nihanja deščico

$$y_0 = \sqrt{\frac{2mgh}{k}}$$

[1 t.]

$$x^2 = 3 \sin x \, .$$

Narišemo obe funkciji in ugotovimo, da je presečišče pri $x \approx 1{,}7$, kar ustreza odmiku

$$y(1{,}7) = y_0 \sin 1{,}7 \approx y_0 = 15 \text{ cm} \, .$$

[2 t.]