

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Tekmovanje za srebrno Stefanovo priznanje
 8. razred devetletne osnovne šole
 22.3.2005

Navodila: Za reševanje imaš na voljo 120 minut. Vsako nalogo rešuj na svoj list. Na vse liste z rešitvami napiši svojo šifro. Jasno označi, kateri del naloge rešuješ, npr : 2.a) , . . . Iz poteka reševanja mora biti razvidno, kako si prišel do rezultata. Napiši odgovore! Prosimo, da pišeš čitljivo in urejeno. Želimo ti veliko uspeha.

1. Masa Zemlje je $m_Z = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg in prostornina $V_Z = 1,08 \cdot 10^{24}$ dm³.

a) Kolikšna je povprečna gostota Zemlje? [2 točki]

Ob podrobnejšem preučevanju Zemljine notranjosti pa smo našli te podatke:

globina (km)	prostornina (dm ³)	masa (kg)	ime
0 - 20	$0,0097 \cdot 10^{24}$	$0,024 \cdot 10^{24}$	skorja
20-400	$0,178 \cdot 10^{24}$	$0,600 \cdot 10^{24}$	zgornji plašč
400-2900	$0,717 \cdot 10^{24}$	$3,420 \cdot 10^{24}$	spodnji plašč
2900-5150	$0,167 \cdot 10^{24}$	$1,860 \cdot 10^{24}$	zunanje jedro
5150-6370	$0,0076 \cdot 10^{24}$	$0,096 \cdot 10^{24}$	notranje jedro

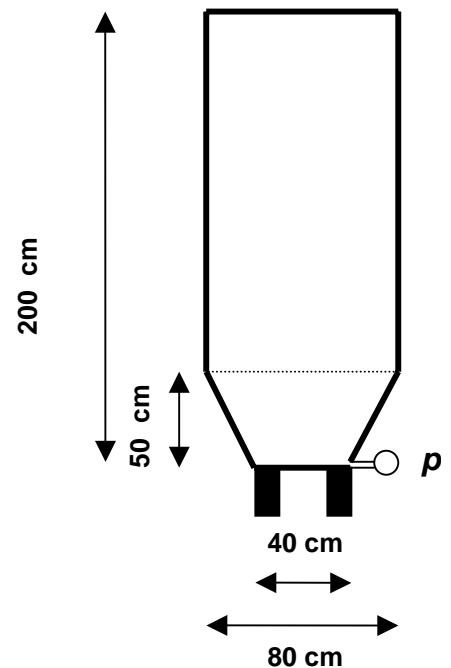
b) Kolikšne so gostote posameznih delov Zemlje? [3 točke]

c) Skiciraj diagram, ki kaže gostoto v odvisnosti od globine. Izračunane gostote postavi na sredino danega intervala, skozi točke nariši premico. [5 točk]

2. V kurilnici imamo cisterno za kurilno olje, ki ima v prerezu obliko, kot kaže slika. Narisani sta širina in višina, dolžina cisterne je 2,5 m. Da bi lahko na hitro ugotovili prostornino olja v cisterni, namestimo na dnu cisterne merilnik tlaka p . Merilnik kaže vrednost nič, ko je cisterna prazna. Gostota kurilnega olja je 800 kg/m^3 . Na merilniku so označene vrednosti 0, 4, 8, 12, 16, 20 in enota kPa , mi pa bi radi imeli napisane podatke za prostornino olja v cisterni. Izračunaj, kolikšne bi bile prostornine, ki bi jih morali vpisati na merilnik pri posamezni vrednosti tlaka in rezultat prikaži v tabeli. [10 točk]

Tabelo prepisi na list z rešitvami.

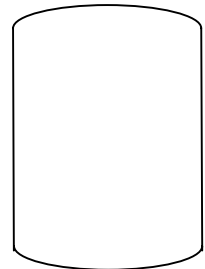
Tlak (kPa)	0	4	8	12	16	20
Prostornina (l)						



Obrni stran

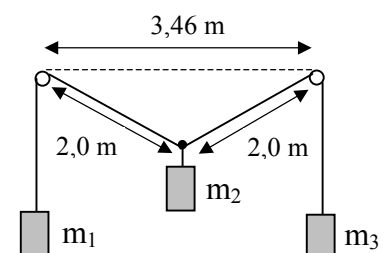
3. V gumi osebnega avtomobila je tlak približno 2 bara. S kolesom avtomobila smo zapeljali na list papirja in s svinčnikom zarisali stično ploskev gume z listom, kot kaže slika. Na tej sliki so vse razdalje 5-krat pomanjšane.

- Z računom približno oceni, kolikšna je masa avtomobila. [7 točk]
- Nariši graf, ki približno prikazuje, kolikšna je ploščina stične ploskve ene gume v odvisnosti od tlaka, če tlak v gumah spreminjamo od 1,0 do 3,0 barov. [3 točke]



Opomba: V tehničnih navodilih avtomobilov je vedno zapisan podatek, koliko je tlak v gumah večji od zračnega tlaka. Torej podatek 2 bara pomeni da je tlak v gumi 3 bare. Vendar pri tej nalogi tega ni potrebno upoštevati – računamo lahko s tlakom, ki je podan v nalogi.

4. Tri enake uteži obesimo, kot kaže slika. Masa posamezne uteži je 1,0 kg. Škripca sta majhna, trenje v škripcih smemo zanemariti. Nalogo lahko rešiš z načrtovanjem.

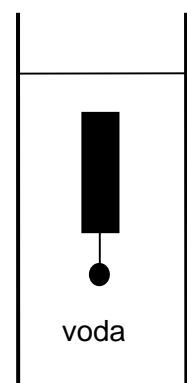
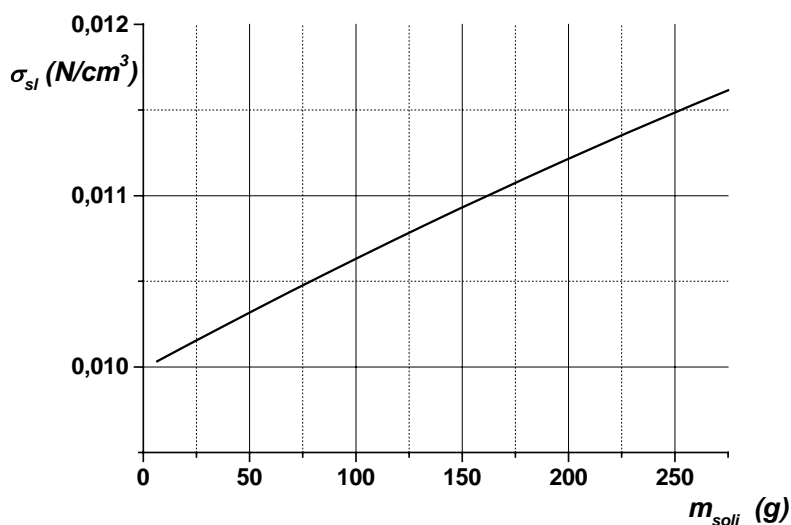


- Nariši vse sile, ki delujejo na vozle, ki je označen s črnim krogcem. Na sliko napiši tudi velikosti sil. [3 točke]
- Kolikšen kot oklepata poševna dela vrvice? [2 točki]
- Nato na srednjo utež obesimo dodatno, četrto utež. Pri tem se leva in desna utež dvigneta za 1,0 m. Kolikšna je teža četrte uteži? [5 točk]

5. Jekleno kroglico z lahko vrvico pritrdimo na lesen kvader in damo v čašo, v kateri je 1 liter vode. Prostornina kvadra je $11,3 \text{ cm}^3$, višina pa 10 cm. Kroglica ima maso 7,8 g in prostornino $1,0 \text{ cm}^3$. Telesi lebdita v vodi, kot kaže slika.

- Kolikšna je sila vzgona na kvader? [2 točki]
- Kolikšna je masa kvadra? [3 točke]
- Koliko gramov soli moramo dodati v vodo, da bo kvader gledal 1,0 cm iz vode? [5 točk]

Specifična teža vode je $0,010 \text{ N/cm}^3$, specifična teža slaniče pa je odvisna od vsebnosti soli.



Graf kaže, kolikšna je specifična teža slaniče, če je v 1 litru vode raztopljena določena masa soli.

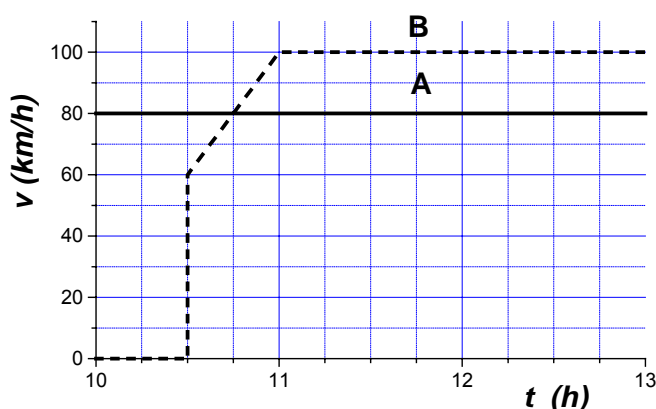
Tekmovanje za srebrno Stefanovo priznanje

8. razred osemletne osnovne šole in 9. razred devetletne osnovne šole
22.3.2005

Navodila: Za reševanje imaš na voljo 120 minut. Vsako nalogo rešuj na svoj list. Na vse liste z rešitvami napiši svojo šifro. Jasno označi, kateri del naloge rešuješ, npr : 2.a) , ... Iz poteka reševanja mora biti razvidno, kako si prišel do rezultata. Napiši odgovore! Prosimo, da pišeš čitljivo in urejeno. Želimo ti veliko uspeha.

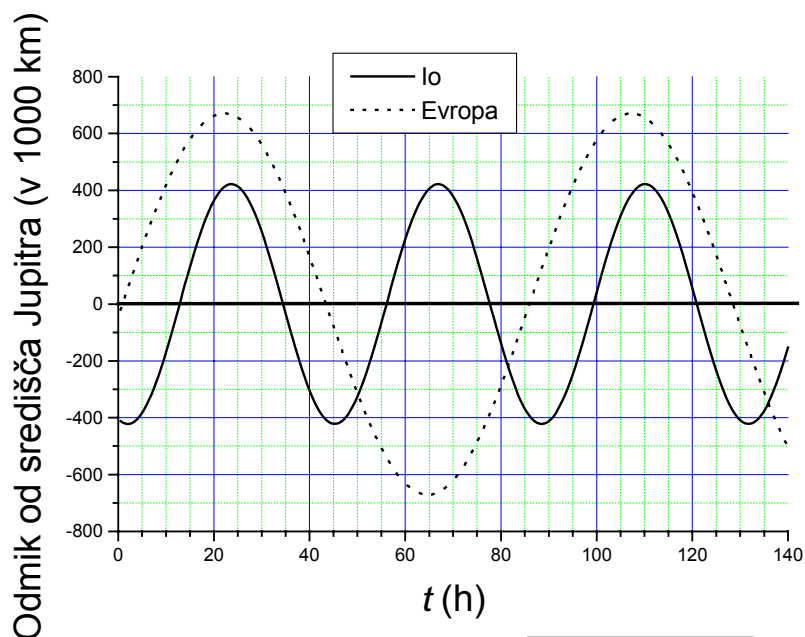
1. Dva avtomobila stojita skupaj v Mariboru. Točno ob 10. uri odpelje avtomobil A, nekoliko kasneje za njim še avtomobil B. Graf prikazuje hitrosti obeh avtomobilov v odvisnosti od časa.

- a) Koliko sta avtomobila oddaljena od Maribora ob 11:00? [3 t]
b) Nariši graf, ki prikazuje razdaljo med avtomobiloma v odvisnosti od časa od 11:00 do 12:00. [5 t]
c) Kdaj in kje se avtomobila srečata? [2 t]



2. Luni Io in Evropa enakomerno krožita okoli Jupitra. Ker je Zemlja približno v ravnini, ki jo določata krožnici obeh Jupitrovih lun, vidimo z Zemlje to kroženje kot premikanje po daljici na eno in drugo stran. Jupiter je na sredini daljice. Diagram kaže navidezni odmik lun od središča Jupitra po omenjeni daljici, ki je pravokotna na zveznico Zemlja - Jupiter.

- a) Iz diagrama odčitaj dva časa, ko ležijo **Zemlja, Jupiter in Io** na isti premici. [2 t]
b) Iz diagrama odčitaj za **obe** luni polmer krožnice in obhodni čas. [3 t]
c) S kolikšnima hitrostima krožita luni? [2 t]
d) Oцени najdaljši možni čas mrka za Io in za Evropo, če je premer Jupitra 140.000 km. Mrk lune pomeni, da se luna skrije za Jupiterom gledano z Zemlje. [3 t]



Obrni stran

3. Metka se igra z balonom, ki je napolnjen s helijem z gostoto $0,16 \text{ g/dm}^3$, gostota zraka pa je $1,2 \text{ g/dm}^3$. Napolnjen balon ima prostornino 25 dm^3 , masa **praznega** balona je 20 g. Metka priveže balon na lahek sukanec, drugi konec sukanca pa drži v roki. Če je brezvetrje, balon miruje, vrvica pa stoji navpično. Od lani veš, da je sila vzgona nasprotno enaka teži izpodrinjenega zraka.

- S kolikšno silo mora Metka vleči sukanec, da balon miruje v zraku. [4 t]
- S kolikšnim pospeškom se začne gibati balon tik potem, ko Metka spusti sukanec? [4 t]
- 6 sekund potem, ko je Metka spustila sukanec, se balon dviga enakomerno s hitrostjo $1,5 \text{ m/s}$. Kolikšna je sila upora zraka na balon? [2 t]

4. Mobilni akumulator ima kapaciteto 720 mAh, v navodilih pa preberemo podatka, da poln akumulator omogoča 240 min pogovora, oziroma 120 ur pripravljenosti. V nadaljevanju predpostavi, da imamo idealen sprejem in idealen akumulator.

- Kolikšen tok poganja akumulator, ko se pogovarjamo in kolikšen, ko je mobilni telefon v stanju pripravljenosti? [3 t]
- Recimo, da se vsako uro čez dan (12 ur) pogovarjamo 6,0 min, ponoči (12 ur) pa se ne pogovarjamo. Koliko **celih** ur bo mobilni telefon uporaben? Čas začnemo meriti zjutraj, ko je akumulator napolnjen. [3 t]
- Koliko **celih** ur pa bo mobilni telefon uporaben, če akumulator napolnimo zvečer in začnemo meriti čas zvečer ob začetku nočnega načina uporabe? [4 t]

5. Na začetku klada s težo 10 N miruje na tleh. Na klado je privezana vrvica. Ob času $t = 0$ začnemo vleči vrvico navpično navzgor s stalno silo $F_v = 12 \text{ N}$. Vrvica pa se ob času $t_1 = 2,0 \text{ s}$ pretrga in od takrat naprej je $F_v = 0$. Težni pospešek lahko zaokrožiš na 10 m/s^2 .

- S kolikšnim pospeškom se klada giblje prvi 2 s? Kolikšno višino doseže ob $t_1 = 2,0 \text{ s}$ in kolikšna je takrat njena hitrost? [3 t]
- Kolikšno delo je opravila sila F_v ? Kolikšni sta ob $t_1 = 2,0 \text{ s}$ kinetična in potencialna energija? [3 t]
- Na skupni diagram $W=W(h)$ nariši, kako se spreminjata kinetična in potencialna energija v odvisnosti od višine h **do najvišje točke**, ko se klada ustavi. Izhodišče za merjenje višine naj bo na tleh. [4 t]

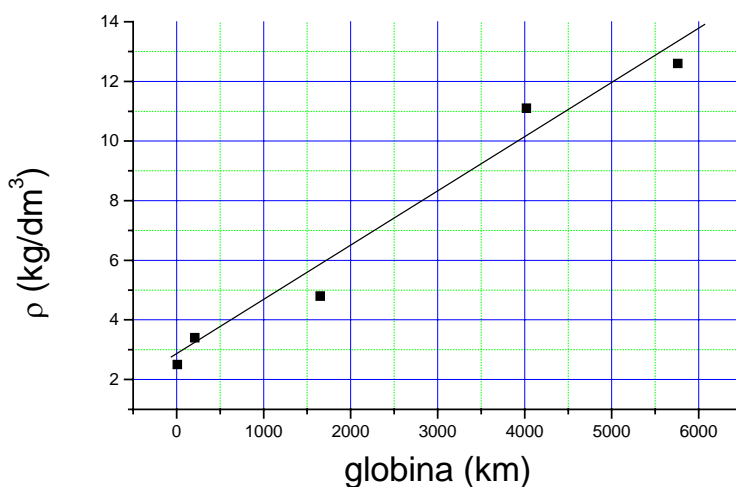
Področno tekmovanje iz fizike - rešitve nalog za 8. razred devetletke
22.3.2005

Napotki za popravljavce:

- Vsaka naloga je vredna 10 točk.
- Vse korektne rešitve so enakovredne.
- V primeru, da ima naloga več korakov in tekmovalec napačno reši prvi (ali drugi...) korak ter z napačnim podatkom pravilno rešuje naslednje korake, se mu za te korake štejejo vse možne točke.

1. a) Povprečna gostota $\rho_p = m_Z/V_Z =$
 $6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg} / 1,08 \cdot 10^{24} \text{ dm}^3 =$
 $5,55 \text{ kg/dm}^3$. [2 točki]

b) Izračunane gostote so: $\rho_s =$
 $0,024/0,0097 \text{ kg/dm}^3 = 2,5$
 kg/dm^3 , $\rho_{zp} = 0,600/0,178$
 $\text{kg/dm}^3 = 3,4 \text{ kg/dm}^3$, $\rho_{sp} =$
 $3,42/0,717 \text{ kg/dm}^3 = 4,8 \text{ kg/dm}^3$,
 $\rho_{zj} = 1,86/0,167 \text{ kg/dm}^3 = 11,1$
 kg/dm^3 in $\rho_{nj} = 0,096/0,0076$
 $\text{kg/dm}^3 = 12,6 \text{ kg/dm}^3$. [3 točke]



c) V diagram vnesemo točke:
 [tabela 3 točke, diagram 2 točki]

h (km)	10	210	1650	4020	5760
ρ (kg/dm ³)	2,5	3,4	4,8	11,1	12,6

2. Če kaže merilnik tlaka 4 kPa, je višina olja v cisterni $h = p/\sigma = 4 \text{ kPa}/8.000 \text{ N} = 0,5 \text{ m}$.
 [3 točke].
 Prostornina olja v cisterni je $V_1 = l \cdot S_{trapez} = 2,5 \text{ m} \cdot ((0,4 \text{ m} + 0,8 \text{ m})/2) \cdot 0,5 \text{ m} = 0,75 \text{ m}^3 =$
 750 litrov . [3 točke]
 Pri tlaku 8 kPa je višina olja 1 m, torej moramo k 750 l prišteti še prostornino kvadra $V_1 =$
 $0,8 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 2,5 \text{ m} = 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l}$. Prostornina pri tlaku 8 kPa je torej 1750 l.
 [2 točki]

Končna rešitev:

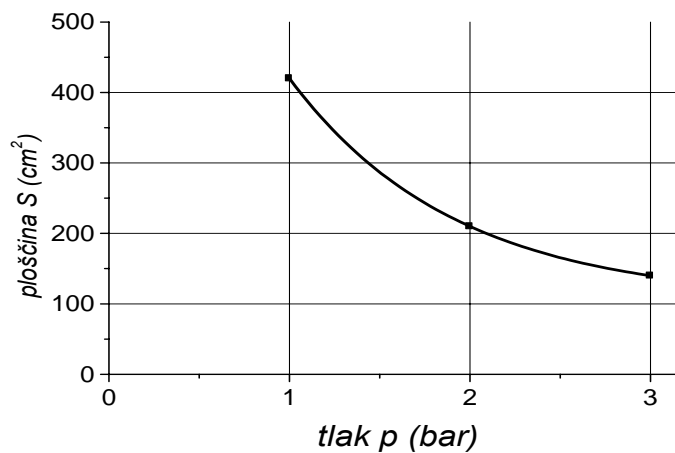
Tlak (kPa)	0	4	8	12	16	
Prostornina (l)	0	750	1750	2750	3750	

[Pravilna celotna tabela
2 točki]

[Cisterna drži 3750 l, če vpišejo še 4750 l, jim ne odvzamemo točk.]

3. a) Ocenjena ploščina stične ploskve ene gume je $S = 12,5 \text{ cm} \cdot 16,5 \text{ cm} = 210 \text{ cm}^2$, za vse štiri gume 840 cm^2 [3 točke]. Teža avtomobila je nasprotno enaka sili podlage $F_g = p S = 200 \text{ kPa} \cdot 0,084 \text{ m}^2 = 16.800 \text{ N}$ [3 točke], masa avtomobila pa je približno 1700 kg [1 točka].

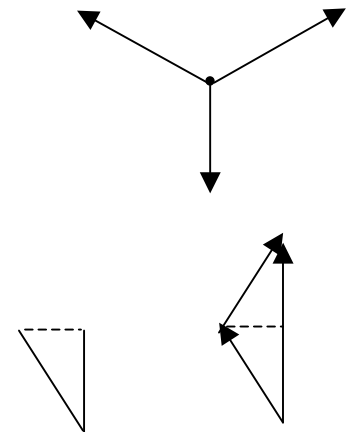
b) [3 točke]



4. a) Glej sliko. [3 točke]

b) Zaradi enakosti sil je kot med poševnima deloma vrvice 120° . [2 točki]

c) Poševna dela vrvice se podaljšata na $3,0 \text{ m}$. Pravokotni trikotnik ima stranici $3,0 \text{ m}$ in $1,73 \text{ m}$, z načrtovanjem lahko določimo tretjo stranico, $a=2,4 \text{ m}$. Z vzporednim prenosom smeri narišemo še trikotnik sil v primernem merilu in odčitamo rezultanto sil: $R=16 \text{ N}$, od koder sledi $F_4 = 16 \text{ N} - 10 \text{ N} = 6 \text{ N}$. [5 točk]



5. a) V vodi je sila vzgona na kvader $F_{vz1} = \sigma_v V_1 = 0,01 \text{ N/cm}^3 \cdot 11,3 \text{ cm}^3 = 0,113 \text{ N}$. [2 točki]

(Indeksi 1 se nanašajo na kvader, indeksi 2 pa na kroglico.)

b) Sila vzgona na kroglico je $F_{vz2} = 0,01 \text{ N}$, teža kroglice pa $F_{g2} = 0,078 \text{ N}$. Telesi mirujeta v vodi, torej mora biti vsota vseh sil nanju enaka nič: $F_{vz1} + F_{vz2} = F_{g1} + F_{g2}$, od koder sledi, da je teža kvadra $F_{g1} = 0,045 \text{ N}$, masa kvadra pa $m_1 = 4,5 \text{ g}$. [3 točke]

c) Teža obeh teles v slanici je še vedno $0,045 \text{ N} + 0,078 \text{ N} = 0,123 \text{ N}$, zato mora biti enaka tudi sila vzgona na obe telesi v slanici: $F_{vz} = (0,9 V_1 + V_2) \cdot \sigma_{slan}$, od koder sledi specifična teža slanice $\sigma_{slan} = 0,123 \text{ N} / (10,2 \text{ cm}^3 + 1 \text{ cm}^3) = 0,011 \text{ N/cm}^3$. [3 točke] Iz grafa razberemo, da moramo v vodo dodati približno 160 g soli. [2 točki]

Področno tekmovanje iz fizike - rešitve nalog za 9. razred devetletke
22.3.2005

Napotki za popravljavce:

- Vse korektne rešitve so enakovredne.
- V primeru, da ima naloga več korakov in tekmovalec napačno reši prvi (ali drugi...) korak ter z napačnim podatkom pravilno rešuje naslednje korake, se mu za te korake štejejo vse možne točke.

1. a) Oddaljenost avtomobilov od Maribora ob 11:00 :

avtomobil A: 80 km, [1 točka]

avtomobil B: $s = v_{\text{srednja}} \cdot t_1 = 80 \text{ km/h} \cdot 0,5 \text{ h} = 40 \text{ km}$. [3 točke]

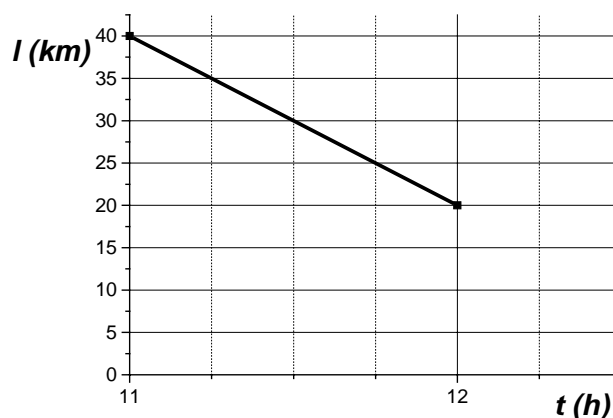
b) Prevožene razdalje

	11:00	12:00
avtomobil A	80 km	160 km
avtomobil B	40 km	140 km

Račun [2 točki]

Diagram [2 točki]

- c) Razdalja med avtomobiloma se enakomerno zmanjšuje. Srečata se ob 13. uri v kraju, ki je 240 km oddaljen od Maribora. [2 točki]



2. a) Io, Jupiter in Zemlja ležijo na isti premici, ko je odmik lune 0. Časi so: 13 ur, 34 ur, 55 ur,... Dovoljena napaka ± 2 uri. [2 t]

b) Polmer krožnice je enak največjemu odmiku. Za Io: $r = 420.000 \text{ km}$, $t_0 = 42 \text{ ur}$ in za Evropo: $r = 670.000 \text{ km}$, $t_0 = 86 \text{ ur}$, dovoljena napaka $\pm 20.000 \text{ km}$, pri času ± 2 uri. [3 t]

c) $v = 2\pi r / t_0$, za Io sledi $v = 2 \cdot 3,14 \cdot 420.000 \text{ km} / 42 \text{ ur} = 62.800 \text{ km/h}$ in za Evropo $v = 2 \cdot 3,14 \cdot 670.000 \text{ km} / 86 \text{ ur} = 48.900 \text{ km/h}$. [2 t]

d) Bolj groba ocena sledi iz diagrama: narišemo dve vodoravnici pri odmikih $+70.000 \text{ km}$ in -70.000 km ter odčitamo časovni interval prehoda krivulje: za Io $t_{\text{mrk}} = 2,5 \text{ ure} \pm 1 \text{ ura}$ in za Evropo $t_{\text{mrk}} = 3 \text{ ure} \pm 1 \text{ ura}$, pri čemer je čas mrka Evrope večji. Časa lahko bolj natančno izračunamo iz hitrosti kroženja: $t_{\text{mrk}} = 2R_{\text{Jupiter}} / v = 140.000 \text{ km} / 62.800 \text{ km/h} = 2,2 \text{ ure}$ za Io in $140.000 \text{ km} / 48.900 \text{ km/h} = 2,9 \text{ ure}$ za Evropo. Obe rešitvi se točkujeta enako. [3 t]

3. naloga

- Teža balona s helijem je $F_g = 0,24 \text{ N}$, sila vzgona pa $F_{vzg} = 0,30 \text{ N}$ navpično navzgor. Metka mora vleči navpično navzdol s silo $F_M = 0,06 \text{ N}$. [4 točke]
- Balon se začne dvigati navpično navzgor s pospeškom $a = (F_{vzg} - F_g) / m = 0,06 \text{ N} / 24 \text{ g} = 2,5 \text{ m/s}^2$. [4 točke], [če ne upoštevajo mase helija: 2 točki].
- Vsota vseh sil je enaka nič. Namesto Metke sedaj navpično navzdol deluje sila upora zraka $F_u = F_{vzg} - F_g = 0,06 \text{ N}$. [2 točki]

- $I_{pog} = 720 \text{ mAh} / 4 \text{ h} = 180 \text{ mA}$, $I_{prip} = 720 \text{ mAh} / 120 \text{ h} = 6 \text{ mA}$. [3 t]
 - Čez dan se akumulator sprazni za $e_d = 12 \cdot 180 \text{ mA} \cdot 0,1 \text{ h} + 12 \cdot 6 \text{ mA} \cdot 0,9 \text{ h} = 216 \text{ mAh} + 65 \text{ mAh} = 281 \text{ mAh}$, ponoči pa za $e_n = 12 \cdot 6 \text{ mA} \cdot 1 \text{ h} = 72 \text{ mAh}$, skupaj v 24 urah za $e_{24} = e_d + e_n = 353 \text{ mAh}$. Po dveh dneh torej za 706 mAh. Za naslednjo uro ostane 14 mAh, kar je premalo. Mobilni bo uporabljen 48 celih ur. [3 t]
 - Akumulator zadošča za dva dnevna in dva nočna cikla, ostanek je 14 mAh. Ponoči, ko se ne pogovarjamo, zadošča to za 2 dodatni uri, torej bo mobilni uporabljen 50 ur. [4 t]

- Na klado delujeta sili F_v navzgor in F_g navzdol, maso klade razberemo iz teže, $m = 1,0 \text{ kg}$. Iz $F = ma$ sledi $a = (F_v - F_g) / m = 2,0 \text{ m/s}^2$. Sledi $v_1 = at_1 = 2,0 \text{ m/s}^2 \cdot 2,0 \text{ s} = 4,0 \text{ m/s}$ in $h_1 = at_1^2 / 2 = 2,0 \text{ m/s}^2 \cdot 4,0 \text{ s}^2 / 2 = 4,0 \text{ m}$. [3 t]
 - $A = F_v \cdot h_1 = 12 \text{ N} \cdot 4,0 \text{ m} = 48 \text{ J}$. $W_{kl} = mv^2 / 2 = 1,0 \text{ kg} \cdot 16 \text{ m}^2/\text{s}^2 / 2 = 8,0 \text{ J}$ in $W_{p1} = mgh_1 = 1,0 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 4,0 \text{ m} = 40 \text{ J}$. [3 t]
 - Od $t_1 = 2,0 \text{ s}$ naprej se kinetična energija manjša in potencialna večja. V najvišji točki je $W_k = 0$ in $W_p = 40 \text{ J} + 8 \text{ J} = 48 \text{ J}$, za kolikor se je zmanjšala W_k , za toliko se je namreč W_p povečala. Najvišjo višino izračunamo iz potencialne energije: $h_2 = W_{p2} / mg = 48 \text{ J} / (1,0 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2) = 4,8 \text{ m}$. [1 t]. Najvišjo višino lahko izračunamo tudi z enačbami za enakomerno pospešeno gibanje.

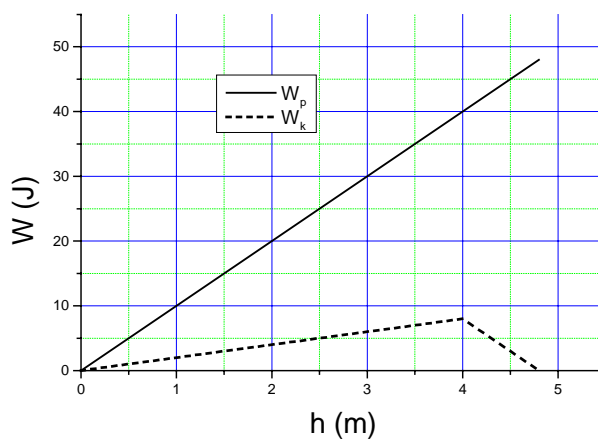


Diagram [3 t].