

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Čas reševanja: **60 minut**

V sklopu A boste za vsako pravilno rešitev dobili eno točko. Izbrane odgovore sklopa A vpišite v spodnjo preglednico. Ocenjevalci bodo upoštevali le odgovore, ki so zapisani v preglednici.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16

Rezultatov računskih nalog v sklopu B ne vpisujte v preglednico.

B1	B2	B3

Želimo vam veliko uspeha!

SKLOP A – NALOGE IZBIRNEGA TIP A**(16 točk)**

Vsaka naloga sklopa A ima natanko en pravilen odgovor.

- 1. Za družbo je alternativni strošek nakupa vojaškega oklepnega vozila:**
 - A računalniška oprema, s katero bi lahko opremili osnovne šole kot najboljša izbira namesto oklepnika
 - B cena tega oklepnega vozila
 - C višji davek, s katerim bo država financirala ta nakup
 - D stroški vzdrževanja in rezervnih delov
- 2. Blaž kupuje dobrini X in Y. Cena dobrine X je 8 EUR, cena dobrine Y pa 6 EUR. Mejna koristnost osme enote dobrine X znaša 32, mejna koristnost pete enote dobrine Y pa 18. Za njegovo izbiro velja:**
 - A Ta kombinacija nakupa je optimalna, ker prinaša maksimalno celotno koristnost.
 - B Blaž mora zmanjšati nakup dobrine X in povečati nakup dobrine Y, da bo prišel do optimalne izbire.
 - C Blaž mora povečati nakup obeh dobrin, vendar dobrino X v večji meri kot dobrino Y.
 - D Blaž mora povečati nakup dobrine X in zmanjšati nakup dobrine Y, da bo prišel do optimalne izbire.
- 3. Če v državi zmanjšajo stopnjo brezposelnosti, se bo to pokazalo kot:**
 - A premik transformacijske krivulje desno navzgor;
 - B premik iz točke pod transformacijsko krivuljo v točko bližje transformacijski krivulji;
 - C premik po transformacijski krivulji v smeri povečanja proizvodnje dobrin, ki so bolj delovno intenzivne;
 - D premik transformacijske krivulje levo navzdol.

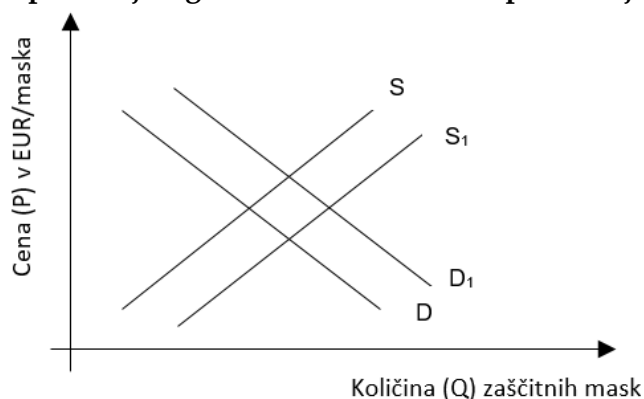
4. **Koeficient ekonomičnosti v podjetju znaša 1,2. To pomeni, da:**

- A so prihodki za 20 % višji od stroškov;
- B znaša profitna mera 20 %;
- C podjetje na 1 EUR vloženega kapitala ustvari 1,2 EUR dobička;
- D je prodajna cena za 20 % višja od povprečnih stroškov izdelka, ki ga podjetje prodaja.

5. **Dijak Marko je kot izbirni predmet na maturi izbral ekonomijo, zato se je naučil izračunati spremembo svoje kupne moči. Na Statističnem uradu RS je prebral, da je inflacija v Sloveniji v letu 2021 znašala 4,9 %, njegova Zoisova štipendija v višini 122,88 EUR pa se ni spremenila. Marko je izračunal, da:**

- A je njegova realna štipendija znašala 122,88 EUR v letu 2021.
- B se njegova kupna moč ni spremenila.
- C se je njegova kupna moč zmanjšala za 5,74 EUR.
- D se je njegova realna štipendija zmanjšala za 4,9 %.

6. **Slika prikazuje trg zaščitnih mask v času pandemije.**



Premik krivulje D v D₁ in S v S₁ najbolje opisuje naslednji primer:

- A gospodinjstva, zdravstveni domovi, bolnice in druge institucije so ves čas pandemije kupovali zaščitne maske po višjih cenah.
- B povpraševanje in ponudba zaščitnih mask se je na trgu povečala, zato sta se zvišali ravnotežna cena in količina zaščitnih mask.
- C podjetja so dosegala konjunktorni ekstradobiček, dokler se zaradi višje cene mask ni povečalo število ponudnikov teh dobrin na trgu.
- D podjetje je doseglo monopolni ekstradobiček, ker je omejilo proizvodnjo mask in doseglo visoko ceno, zaradi velike potrebe po zaščitni opremi v času pandemije.

7. **Višina obrestne mere je odvisna od številnih dejavnikov. Banke bodo za posojila zaračunale višje obrestne mere od tržne obrestne mere, kadar:**

- A se bodo na trgu kapitala pojavili dodatni varčevalci zaradi negotovih gospodarskih razmer, ki bodo svoj denar hranili, banka pa jih bo nagradila.
- B se bodo na trgu kapitala pojavili špekulativni povpraševalci, ki bodo izkoristiti pričakovane spremembe na trgu in skušali povečati svoj dobiček z izposojenim kapitalom.
- C bo inflacija v državi nizka, povpraševanje na trgu kapitala pa majhno zaradi pesimizma gospodarskih subjektov.
- D bodo za posojila zaprosila zelo zanesljiva podjetja z visoko boniteto, ker bodo na bankah vedeli, da bodo ta posojila zanesljivo odplačali.

8. Katera od navedenih trditev ni značilna za liberalni koncept države?

- A Država zagotavlja pravni okvir tržnemu gospodarstvu in uresničevanje lastninskih pravic.
- B Država pospešuje svobodo trgovanja in preprečuje nastanek monopolov.
- C Država zagotavlja javne dobrine, kjer trg ni učinkovit.
- D Posamezniki z maksimiranjem svojih koristi maksimirajo tudi družbeno blaginjo.

9. Manj razvita gospodarstva se srečujejo z začaranim krogom revščine. Številne novo-industrializirane države so se iz začaranega kroga revščine uspešno rešile predvsem:

- A s povečanjem naložb v tehnologijo in človeški kapital, z razvojem industrije ter s spodbujanjem podjetništva in izvozne usmerjenosti.
- B s pomočjo držav Evropske unije, ki so jim pomagale z odpravo neenakih pogojev menjave, kar je pomenilo, da so se za nerazvite države koristi od mednarodne menjave povečale.
- C s pomočjo Organizacije združenih narodov, ki jim je pomagala pri gradnji infrastrukture.
- D z omejevanjem zadolževanja in specializacijo predvsem v tiste kmetijske panoge, za katere imajo primerjalne prednosti.

10. Stabilne cene, galopirajoča inflacija ali deflacija različno vplivajo na delovanje gospodarskih subjektov. Posledice, ki jih v gospodarstvu povzroči različno gibanje cen, so:

	Stabilne cene	Galopirajoča inflacija	Deflacija
A	Podjetja manj investirajo, ker pričakujejo enake cene v prihodnje.	Podjetja več investirajo, ker se cene hitro dvigujejo.	Podjetja manj investirajo, ker pričakujejo nižje cene v prihodnosti.
B	Država vodi izrazito restriktivno politiko, da bi znižala inflacijo na 0 %.	Država vodi izrazito ekspanzivno politiko, da bi spodbudila gospodarstvo.	Država ne posega v gospodarstvo, ker so podjetja in gospodinjstva zadovoljna s padcem cen.
C	Podjetja normalno poslujejo in investirajo, ker zaupajo v stabilnost gospodarstva.	Centralna banka viša obrestno mero, da bi znižala inflacijo.	Gospodinjstva intenzivno povprašujejo po dodatnem kapitalu, z namenom nakupa izdelkov po nižjih cenah.
D	Spodbuja investicije gospodinjestev, ker imajo pozitivna pričakovanja za prihodnost.	Siromaši gospodinjstva z nižjimi dohodki, ki se ne spreminjajo kratkoročno.	Gospodinjstva odlašajo z investicijami, ker se bojijo poglobljanja krize.

11. Temeljni organi delniške družbe so:

- A managerji, zaposleni in lastniki;
- B skupščina delničarjev, uprava in nadzorni svet;
- C upravni odbor, nadzorni odbor in delavski svet;
- D management, finance, marketing in administracija.

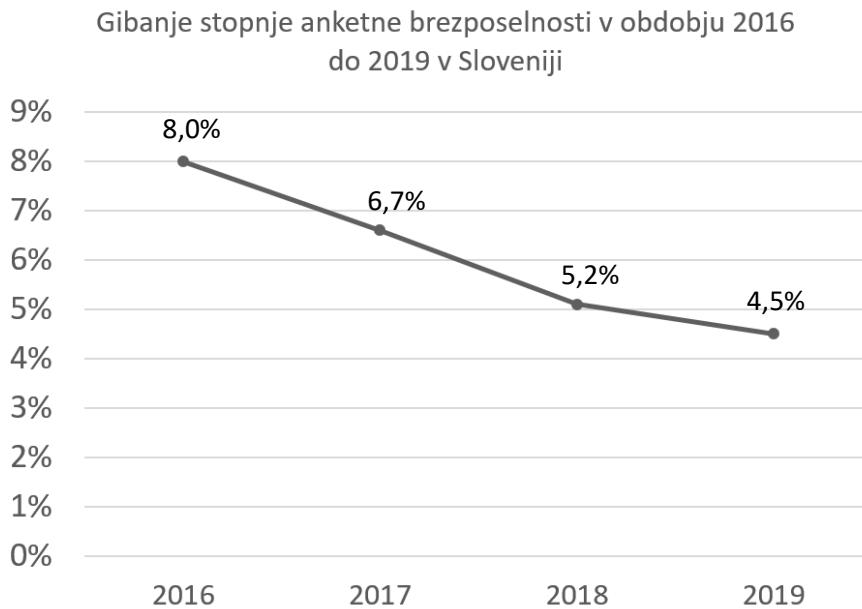
12. Če se je v državi Boblandiji v preteklem letu nominalni BDP povečal, realni pa zmanjšal, vemo, da:

- A so obrestne mere v državi rasle počasneje od stopnje inflacije,
- B je država uvozila več dobrin kakor izvozila,
- C je imela država inflacijo,
- D je imela država deflacijo.

13. Tekoče prihodke države sestavljajo davčni in nedavčni prihodki. Med nedavčne prihodke ne uvrščamo:

- A prihodke upravljanja državnega premoženja.
- B prihodke upravljanja občinskega premoženja.
- C takse in pristojbine za delo državnih organov.
- D prihodke od prodaje državnega premoženja.

14. Slika prikazuje gibanje stopnje anketne brezposelnosti v obdobju 2016 do 2019 v Sloveniji.



Iz slike lahko razberemo, da:

- A je bila brezposelnost v letu 2017 v primerjavi z letom 2016 višja za 1,3%.
- B je bila stopnja brezposelnosti 2016 za 3,7 odstotne točke nižja kot leta 2018.
- C se je stopnja brezposelnosti v letu 2018 v primerjavi z letom poprej zmanjšala za 1,5%.
- D se je stopnja brezposelnosti v letu 2019 v primerjavi z letom 2018 zmanjšala za 0,7 odstotne točke.

15. Preglednica prikazuje javnofinančne prihodke in odhodke, proračunski presežek/primanjkljaj ter dolg države Boblandije, izražen v odstotkih od BDP, v letih 2016 do 2020.

Leto	Javnofinančni prihodki (v % BDP)	Javnofinančni odhodki (v % BDP)	Javnofinančni presežek/primanjkljaj (v % BDP)	Dolg države (v % BDP)
2016	44,1	44,2	0,1	61,9
2017	43,9	46,3	-2,4	60,1
2018	43,7	46,6	-2,9	59,9
2019	43,0	46,6	-3,6	59,3
2020	43,6	47,6	-4,0	65,4

Iz podatkov v preglednici lahko razberemo, da bi se država Boblandija lahko priključila Evropski monetarni uniji v letu:

- A 2016.
- B 2017.
- C 2018.
- D 2019.

16. Boblandska lira, za katero se oblikuje tečaj na podlagi ponudbe in povpraševanja,

- A deprecira, če je potrebno za en evro dati več boblandskih lir.
- B deprecira, če je potrebno za en evro dati manj boblandskih lir.
- C devalvira, če je potrebno za en evro dati več boblandskih lir.
- D devalvira, če je potrebno za en evro dati manj boblandskih lir.

SKLOP B – RAČUNSKE NALOGE

(24 točk)

1. STROŠKI IN MERILA USPEŠNOSTI POSLOVANJA

(8 točk)

1.1 Podjetje proizvaja in prodaja modne čevlje priznane blagovne znamke.

Podatki za preteklo sezono so naslednji:

- število zaposlenih = 100 delavcev
- stalni stroški na par čevljev = 32,00 EUR,
- spremenljivi stroški = 2.000.000,00 EUR
- produktivnost dela = 250 parov čevljev na delavca
- ekonomičnost poslovanja = 1,30
- profitna mera (rentabilnost) = 5 %

Izračunajte obseg proizvodnje čevljev v pretekli sezoni.

(1 točka)

Izračun:

Rezultat: _____

Izračunajte stalne stroške v pretekli sezoni.

(1 točka)

Izračun:

Rezultat: _____

Izračunajte celotni prihodek v pretekli sezoni.

(1 točka)

Izračun:

Rezultat: _____

Izračunajte ceno za par čevljev, po kateri je podjetje prodajalo čevlje v pretekli sezoni.

Rezultat izračunajte na dve decimalni mesti.

(1 točka)

Izračun:

Rezultat: _____

Izračunajte kapital podjetja v pretekli sezoni.

(1 točka)

Izračun:

Rezultat: _____

1.2 Za letošnjo sezono proizvajalec modnih čevljev priznane blagovne znamke pripravlja nov modni trend in načrtuje zvišati prodajno ceno za 35 %, ceteris paribus.

Izračunajte načrtovano novo ceno para čevljev, po kateri bo prodajal letošnjo sezono. Rezultat izračunajte na dve decimalni mesti.

(1 točka)

Izračun:

Rezultat: _____

Izračunajte načrtovani ekstradobiček na par čevljev, ki ga bo dosegel v letošnji sezoni. Rezultat izračunajte na dve decimalni mesti.

(1 točka)

Izračun:

Rezultat: _____

1.3 Proizvajalec modnih čevljev bo v prihodnji sezoni ustvaril nov modni trend, zato bo ponovno zvišal prodajno ceno para čevljev in ustvaril (podčrtajte pravilni odgovor)

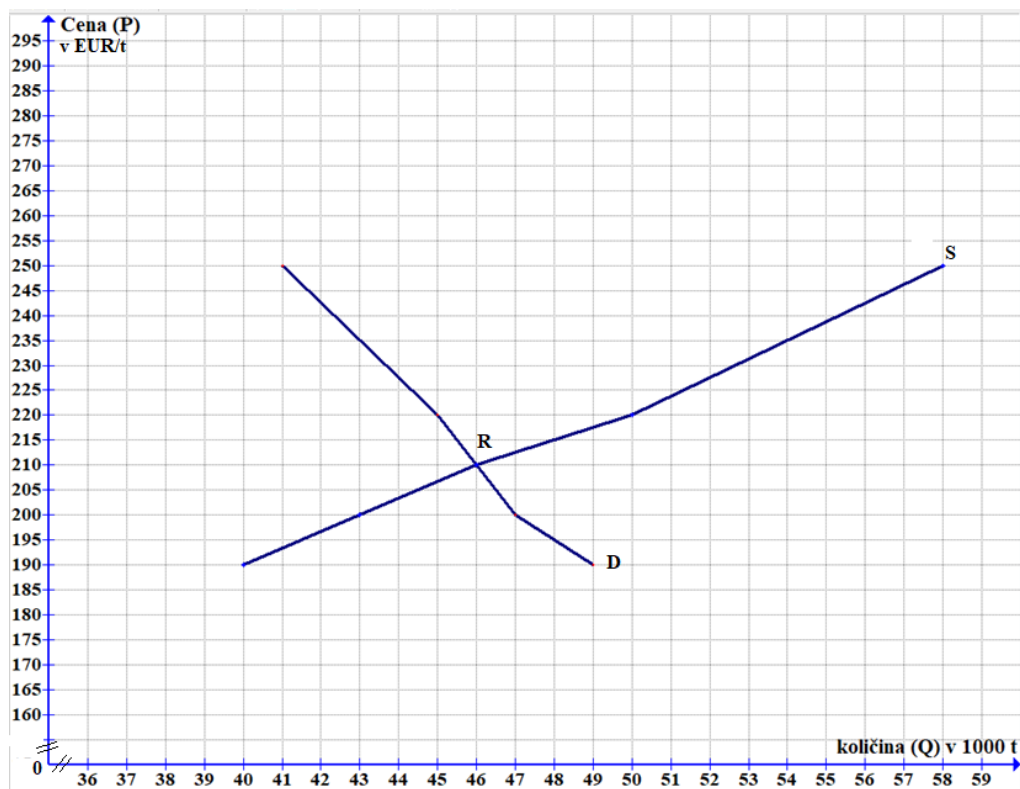
tehnološki ekstradobiček / konjunktorni ekstradobiček.

(1 točka)

2. TRG PŠENICE

(8 točk)

2.1 Slika prikazuje trg pšenice.



Zaradi vojne v Ukrajini, se je cena pšenice povečala na 235,00 EUR na tono pšenice.

V sliko (graf) vrišite ustrezno spremembo, ki jo je povzročila vojna in jo pravilno označite.

(1 točka)

Nova ravnotežna količina znaša _____.

(1 točka)

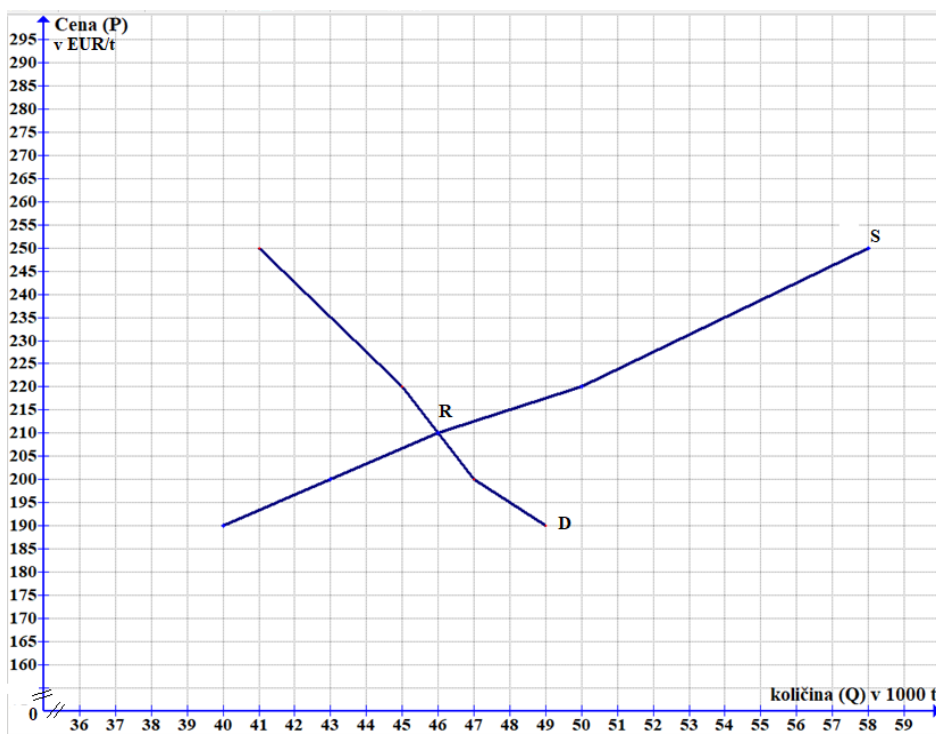
2.2 Zaradi dolgotrajne vojne je cena pšenice narasla iz 250,00 EUR/t na 260,00 EUR/t, koeficient cenovne elastičnosti povpraševanja na tem intervalu znaša -0,8. Izračunajte novo količino pri višji ceni in jo zaokrožite na celo število.

Izračun:

(1 točka)

Rezultat: _____

2.3 Podčrtajte pravilne navedbe, dopolnite trditve in dopolnite sliko.



Država želi zaščititi prebivalce, zato določi (podčrtajte pravilni odgovor) **maksimalno ceno** / **minimalno ceno**, s katero želi potrošnikom omogočiti nakup 47.000 ton pšenice.

Država predpiše ceno v višini _____ EUR, kar na trgu povzroči nastanek (podčrtajte pravilni odgovor) **presežne ponudbe** / **presežnega povpraševanja** / **presežne zaloge**.

(2 točki)

V sliko vrišite in ustrezno označite predpisano ceno ter interval tržnega neravnovesja.

(1 točka)

Država bo podjetjem pomagala s/z _____, da bodo lahko (podčrtajte pravilno) **povečali** / **zmanjšali** proizvodnjo iz _____ ton na 47.000 ton pšenice.

(2 točki)

3. MEDNARODNA VPETOST DRŽAVE

(8 TOČK)

3.1 V letu 2021 je znašal BDP na prebivalca države Boblandije, ki je imela tega leta 3.326.912 prebivalcev, 10.626,70 boblandskih lir (BBL).

Izračunajte bruto domači proizvod Boblandije v letu 2021 in dopolnite odgovor.

(1 točka)

Izračun:

Rezultat: _____

3.2 Preglednica prikazuje podatke o uvozu in izvozu blaga države Boblandije za leto 2021. Izračune zaokrožite na dve decimalni mesti.

Izvoz (v milijon BBL)	18.385,90
Uvoz (v milijon BBL)	19.590,80

Izračunajte odprtost Boblandije, rezultat pojasnite in komentirajte.

(2 točki)

Izračun:

Rezultat: _____

Komentar rezultata: _____

_____.

Izračunajte pokritost uvoza z izvozom v Boblandiji za leto 2021 in dopolnite odgovor.

(1 točka)

Izračun:

Rezultat: _____

Izračunajte, koliko je znašal BDP na prebivalca Boblandije v evrih, če smo v tem letu dobili za 1 EUR v povprečju 0,67 BBL in dopolnite odgovor.

(1 točka)

Izračun:

Rezultat: _____

3.3 V tabeli so podatki o plačilni bilanci Boblandije za leto 2021.

Tabela: Plačilna bilanca **Boblandije**, 2021 (izsek)

Postavka v plačilni bilanci	Saldo (v mio BBL)
I. TEKOČI RAČUN	
1.	-1.204,9
2.	1.308,2
3. Dohodki	-506,7
4. Tekoči transferji	106,1
II. KAPITALSKI IN FINANČNI RAČUN	318,7
A Kapitalski račun	8,2
B Finančni račun	310,5
1. Neposredne naložbe	333,5
2. Naložbe v vrednostne papirje	1.947,1
3. Finančni derivati	-116,8
4. Ostale naložbe	-1.872,1
5. Mednarodne rezerve	
III. NETO NAPAKE IN IZPUSTITVE	-21,4

V tabelo vpišite manjkajoče dele tekočega računa plačilne bilance Boblandije.

Izračun:

(1 točka)

Izračunajte saldo tekočega računa, rezultat vpišite v tabelo.

Izračun:

(1 točka)

Izračunajte vrednost mednarodnih rezerv, rezultat vpišite v tabelo.

Izračun:

(1 točka)

II. SKUPINA: FINANČNA MATEMATIKA IN STATISTIKA

N1	N2	N3	N4

Naloge rešuj samostojno. Uporaba zapiskov in literature ni dovoljena.

Dovoljena je uporaba žepnega računalca. Naloge so štiri, vsaka je vredna 20 točk.

Za reševanje imaš na voljo 120 minut. Veliko uspeha!

1. Tabela prikazuje odstotne spremembe cen hrane, pijač in tobaka (stolpec hrana), odstotne spremembe cen življenjskih potrebščin brez hrane, pijač in tobaka (stolpec ostalo), odstotne spremembe cen vseh življenjskih potrebščin (stolpec inflacija) in delež, ki ga hrana, pijače in tobak predstavljajo med vsemi življenjskimi potrebščinami v potrošnji povprečnega potrošnika (stolpec delež) v Sloveniji v zadnjih 10 letih. Številke v drugem, tretjem in četrtem stolpcu povedo, za koliko odstotkov so bile cene posamezne kategorije življenjskih potrebščin v decembru posameznega leta višje kot v decembru prejšnjega leta.

Leto	Hrana	Ostalo	Inflacija	Delež
2012	5,8 %	1,8 %	2,7 %	21,2 %
2013		0,2 %	0,7 %	22,6 %
2014	0,1 %	0,2 %	0,1 %	23,2 %
2015	1,2 %	-0,9 %	-0,5 %	22,8 %
2016	1,4 %	0,3 %	0,5 %	23,2 %
2017	3,0 %	1,4 %	1,7 %	23,0 %
2018	0,5 %	1,7 %	1,4 %	23,3 %
2019	2,9 %	1,5 %		23,1 %
2020	1,6 %		-1,1 %	21,0 %
2021	3,5 %	5,3 %	4,9 %	22,0 %

Vir: SURS

Rezultate v odstotkih zaokroži na eno decimalno mesto.

- a) Kako in za koliko odstotkov so se spremenile cene hrane, pijač in tobaka od decembra 2015 do decembra 2020? [3 točke]

- b) Od decembra 2016 do decembra 2020 so se cene življenjskih potrebščin brez hrane, pijač in tobaka zvišale za 2,8 %. Kako in za koliko odstotkov so se te cene spremenile v letu 2020? [3 točke]
- c) Kolikšna je bila povprečna letna inflacija v letih od 2012 do 2016 (obe leti vključeni)? To je konstantna letna inflacija, ki bi v enakem obdobju povzročila enako spremembo cen. [3 točke]
- d) Koliko je znašala inflacija v letu 2019? [2 točki]
- e) Kako in za koliko odstotkov so se cene hrane, pijač in tobaka spremenile v letu 2013? [2 točki]
- f) V decembru katerega leta so bile cene vseh življenjskih potrebščin prvič za več kot za 5 % višje kot decembra 2016? [3 točke]

g) Družina Zapečkar je ugotovila, da je v decembru 2021 kupila natanko enake dobrine (to so izdelki in storitve) kot v decembru 2020, a je za njih v letu 2021 potrošila za 4,8 % več denarja kot leto prej. Kolikšen delež potrošenega denarja je družina namenila hrani, pijači in tobaku v decembru 2020 in kolikšen delež v decembru 2021? Privzemi, da so cene vseh dobrin rasle v skladu objavljenimi stopnjami rasti. [4 točke]

2. Simon bi si rad kupil novo gorsko kolo, ki stane 3500 €. Trenutno nima privarčevanih sredstev, zato bo zanj varčeval. Kolo bi rad imel čez eno leto, dohodkov pa nima prav visokih. Z banko sklene finančno shemo, ki vključuje obročno varčevanje in kredit. Dve leti bo banki plačeval enake zneske, prvi obrok danes, zadnjega pa čez dve leti. Banka bo prodajalcu koles čez natanko eno leto nakazala 3500 € za kolo. Banka uporablja konformno mesečno obrestovanje.

Rezultate v evrih zaokroži na dve decimalni mesti.

a) Kolikšen obrok mora Simon vsak mesec plačati, če banka ves čas uporablja enotno letno obrestno mero 3 %? [10 točk]

- b) Kolikšen obrok mora Simon vsak mesec plačati, če banka uporablja za varčevanje letno obrestno mero 2,5 %, za kredit pa 4 %? [10 točk]

3. Dane so trenutne efektivne obrestne mere za različna dospelja. Čas t merimo v letih.

t	1	2	3
$R(0, t)$	3,80 %	5,50 %	6,60 %

Na trgu sta na voljo obveznici dveh netveganih izdajateljev. Obveznici imata nominalni vrednosti 100 € in dospelji čez tri leta. Prva obveznica je brezkuponska, druga pa kuponska z letnimi kuponi v višini 4 €, prvi bo izplačan čez natanko eno leto.

Rezultate v evrih ali odstotkih zaokroži na dve decimalni mesti.

- a) Določi trenutni ceni obveznic.

[6 točk]

b) Manjši investitor je preko upravljalca premoženja kupil 13 brezkuponskih in 12 kuponskih obveznic. Koliko je plačal za svoj portfelj? Kolikšen delež investicije je shranjen v brezkuponskih in kolikšen v kuponskih obveznicah? [3 točke]

c) Leto po nakupu, takoj *po* izplačilu kuponov, investitor od upravljalca premoženja dobi informacijo, da je natanko polovica njegove (preostale) investicije shranjena v brezkuponskih obveznicah. Določi obrestni meri $R(1, 2)$ in $R(1, 3)$, če veš, da se razlikujeta za dve odstotni točki in je časovna struktura obrestne mere naraščajoča. [7 točk]

d) Kolikšno donosnost je v prvem letu po investiciji ustvaril investitor? [4 točke]

4. Podjetje G je delniška družba, ki je danes, 1. aprila, izplačala dividendo v višini 2,5€ na delnico. Dodatnih izplačil dividend letos ne bo. Privzemi, da je (bila) letna efektivna obrestna mera za vsa dospetja v vseh časih enaka 1,2%.

Rezultate v evrih zaokroži na dve decimalni mesti.

- a) Finančno podjetje je 1. januarja letos izdalo terminski posel na delnico podjetja G z ročnostjo 1. julija letos in izročitveno ceno 53€ ter evropsko nakupno opcijo na delnico podjetja G z zapadlostjo prav tako 1. julija letos in izvršilno ceno 53€. Kaj lahko poveš o ceni delnice podjetja G in o premiji evropske nakupne opcije na dan 1. januarja? Za premijo zapiši interval vrednosti, ki niso omogočale arbitraže. [6 točk]

- b) Takoj po izplačilu dividende se je cena za terminski posel iz a) ustalila pri 1,53€, premija nakupne opcije iz a) pa pri 2,14€. Finančno podjetje razmišlja o izdaji evropske prodajne opcije na delnico podjetja G z zapadlostjo čez 3 mesece in izvršilno ceno 53€. Kolikšna mora biti premija za to prodajno opcijo, da na trgu ne bo arbitraže? [6 točk]

- c) Finančno podjetje danes izda tudi evropsko prodajno opcijo iz točke b) in zanjo določi premijo 0,91 €. Pokaži, da na trgu obstaja arbitražna priložnost. Poišči arbitražno strategijo samo z uporabo terminskega posla in obeh opcij. [8 točk]

Stran s formulami

Terminski posli

- na delnico, ki ne izplačuje dividend

$$F_t = S_t(1 + R)^{T-t}, \quad K = F_0$$

$$V_t = S_t - K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- na delnico, ki izplačuje dividende

$$F_t = (S_t - I(t, T))(1 + R)^{T-t}, \quad K = F_0$$

$$V_t = (F_t - K)(1 + R)^{-(T-t)}$$

- valutni terminski posel

$$F_t = S_t \frac{(1 + R_d)^{T-t}}{(1 + R_f)^{T-t}}, \quad K = F_0$$

$$V_t = N(S_t(1 + R_f)^{-(T-t)} - K(1 + R_d)^{-(T-t)})$$

- dogovor o terminski obrestni meri

$$R(t, S, T) = \frac{1}{T - S} \left(\frac{1 + R(0, T) \cdot (T - t)}{1 + R(0, S) \cdot (S - t)} - 1 \right), \quad K = R(0, S, T)$$

$$V_t = \frac{N \cdot (R(t, S, T) - K) \cdot (T - S)}{1 + R(t, T) \cdot (T - t)}$$

Opcije

- izplačilo ob zapadlosti

$$C_T = \max\{S_T - K, 0\}$$

$$P_T = \max\{K - S_T, 0\}$$

- premija v času t , če delnica ne izplačuje dividend

$$\max\{S_t - K(1 + R)^{-(T-t)}, 0\} \leq c_t \leq S_t$$

$$\max\{K(1 + R)^{-(T-t)} - S_t, 0\} \leq p_t \leq K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- pariteta evropskih opcij, če delnica ne izplačuje dividend

$$p_t + S_t = c_t + K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- premija v času t , če delnica izplačuje dividende

$$\max\{S_t - K(1 + R)^{-(T-t)} - I(t, T), 0\} \leq c_t \leq S_t - I(t, T)$$

$$\max\{K(1 + R)^{-(T-t)} - S_t + I(t, T), 0\} \leq p_t \leq K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- pariteta evropskih opcij, če delnica izplačuje dividende

$$p_t + S_t - I(t, T) = c_t + K(1 + R)^{-(T-t)}$$

- evropske in ameriške opcije

$$c_t^E \leq c_t^A, \quad p_t^E \leq p_t^A$$

TEKMOVANJE V ZANJU EKONOMIJE

Državno tekmovanje, 1. 4. 2022

Rešitve

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16
A	D	B	A	C	C	B	C	A	D	B	C	D	D	C	A

1. STROŠKI IN MERILA USPEŠNOSTI POSLOVANJA (8 točk)

- A. Proizvajalec modnih čevljev je posloval po ekonomskih zakonitostih.
Podatki za preteklo sezono so naslednji:

število zaposlenih = 100 delavcev

stalni stroški na par čevljev = 32,00 EUR,

spremenljivi stroški = 2.000.000,00 EUR

produktivnost dela = 250 parov čevljev na delavca

ekonomičnost poslovanja = 1,30

profitna mera (rentabilnost) = 5 %

1.1 Podjetje proizvaja in prodaja modne čevlje priznane blagovne znamke.

Izračunajte obseg proizvodnje čevljev v pretekli sezoni.

$$Q = 250 \times 100 = 25.000 \text{ parov čevljev}$$

Za pravilni rezultat 1 točka.

Izračunajte stalne stroške v pretekli sezoni.

$$FC = 32,00 \times 25.000 = 800.000,00 \text{ EUR}$$

Za pravilni rezultat 1 točka.

Izračunajte celotni prihodek v pretekli sezoni.

$$TR = 1,30 \times 2.800.000,00 = 3.640.000,00 \text{ EUR}$$

Za pravilni rezultat 1 točka.

Izračunajte ceno za par čevljev, po kateri je podjetje prodajalo čevlje v pretekli sezoni. Rezultat izračunajte na dve decimalni mesti.

$$P = 3.640.000,00 / 25.000 = 145,60 \text{ EUR}$$

Za pravilni rezultat 1 točka.

Izračunajte kapital podjetja v pretekli sezoni.

$$K = 840.000,00 / 0,05 = 16.800.000,00 \text{ EUR}$$

Za pravilni rezultat 1 točka.

1.2 Za letošnjo sezono proizvajalec modnih čevljev priznane blagovne znamke pripravlja nov modni trend in načrtuje zvišati prodajno ceno za 35 %, ceteris paribus.

Izračunajte načrtovano novo ceno para čevljev, po kateri bo prodajal letošnjo sezono. Rezultat izračunajte na dve decimalni mesti.

$$P_1 = 145,60 \times 1,35 = 196,56 \text{ EUR}$$

Za pravilni rezultat 1 točka.

Izračunajte načrtovani ekstradobiček na par čevljev, ki ga bo dosegel v letošnji sezoni. Rezultat izračunajte na dve decimalni mesti.

$$\text{Ekstradobiček na par čevljev} = 196,56 - 145,60 = 50,96 \text{ EUR}$$

Za pravilni rezultat 1 točka.

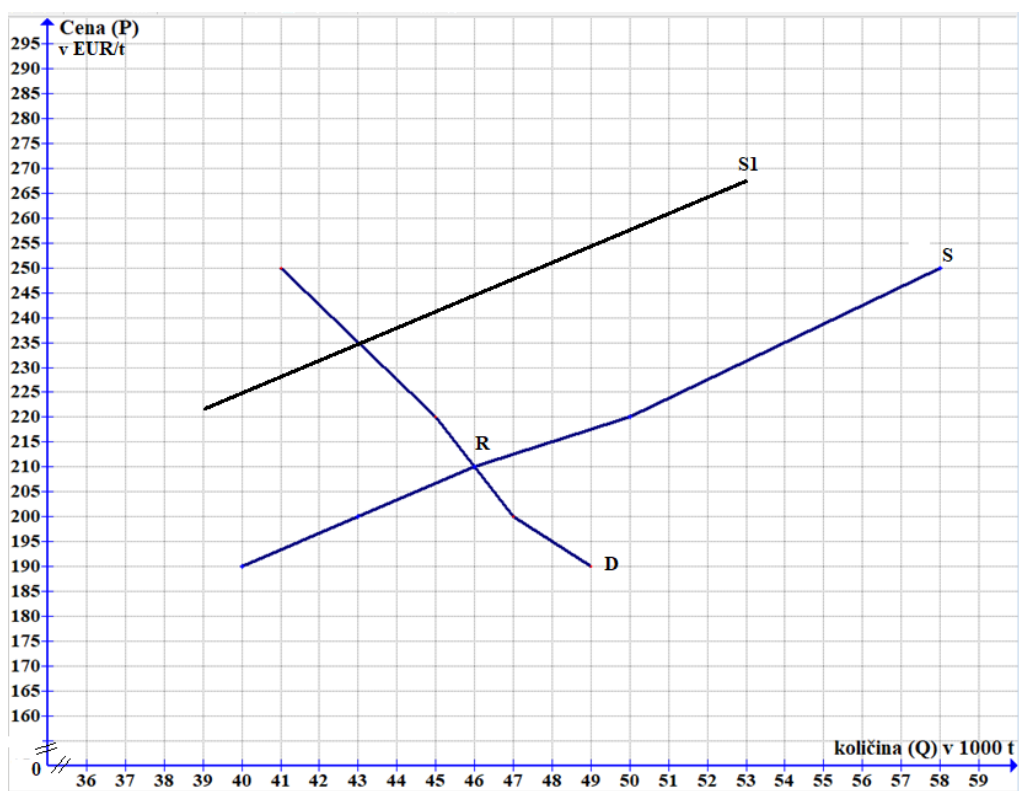
1.3 Proizvajalec modnih čevljev bo v prihodnji sezoni ustvaril nov modni trend, zato bo ponovno zvišal prodajno ceno para čevljev in ustvaril (*podčrtajte pravilni odgovor*)

tehnološki ekstradobiček / konjunktorni ekstradobiček.

Za pravilno rešitev 1 točka.

2. NALOGA: TRG PŠENICE (8 točk)

2.1 Slika prikazuje trg pšenice.



Zaradi vojne v Ukrajini, se je cena pšenice povečala na 235,00 EUR na tono pšenice.

- V sliko (graf) vrišite ustrezno spremembo, ki jo je povzročila vojna in jo pravilno označite.

(1 točka)

- Nova ravnotežna količina znaša 43.000 ton pšenice.

(1 točka)

2.2 Zaradi dolgotrajne vojne je cena pšenice narasla iz 250,00 EUR/t na 260,00 EUR/t, koeficient cenovne elastičnosti povpraševanja na tem intervalu znaša -0,8. Izračunajte novo količino pri višji ceni in jo zaokrožite na celo število.

Izračun:

$$\frac{x}{4} = -0,8, x = -3,2\%, \text{ nova količina} = 41 \times 0,968 = 39.688 \text{ ton}$$

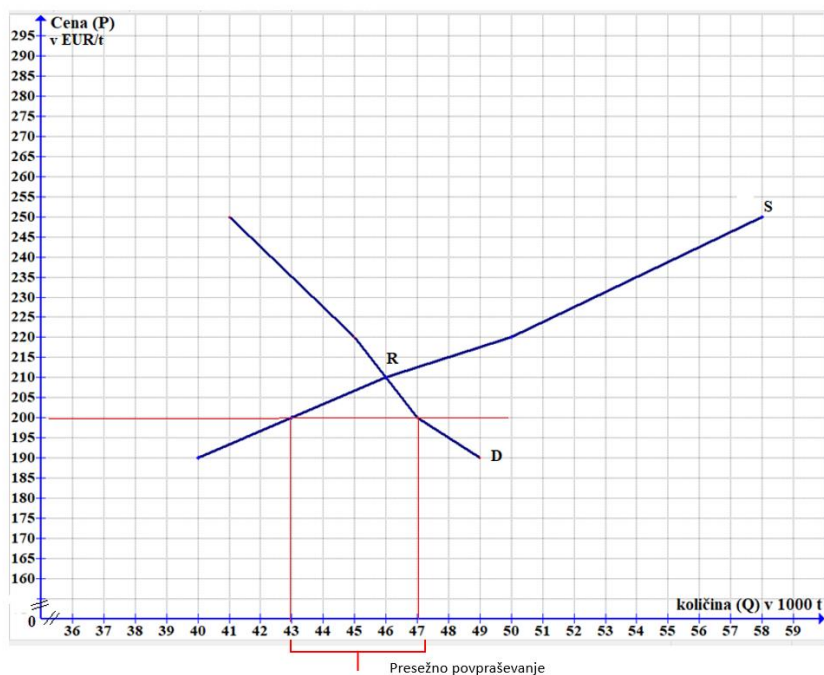
$$-0,8 = \frac{x-41}{10} \times \frac{510}{x+41}, x = 39.734 \text{ ton}$$

Rezultat: 39.688 ton pšenice (% sprememba) ali

(1 točka)

39.734 ton pšenice (formula)

2.3 Podčrtajte pravilne navedbe, dopolnite trditve in dopolnite sliko.



Država želi zaščititi prebivalce, zato določi **maksimalno ceno** / **minimalno ceno**, s katero želi potrošnikom omogočiti nakup 47.000 ton pšenice.

Država predpiše ceno v višini 200,00 EUR, kar na trgu povzroči (podčrtajte pravilni odgovor) **presežno ponudbo** / **presežno povpraševanje** / **presežne zaloge pšenice**.

(2 točki) – za dva pravilna odgovora 1 točka, za tri pravilne odgovore 2 točki

V sliko vrišite in ustrezno označite predpisano ceno in interval tržnega neravnovesja.

(1 točka)

Država bo zaradi uvedbe nove cene pomagala podjetjem s/z **subvencijami**, da bodo lahko **povečali** / **zmanjšali** proizvodnjo iz 43.000 ton na 47.000 ton pšenice.

(2 točki)

(2 točki) – za dva pravilna odgovora 1 točka, za tri pravilne odgovore 2 točki

3. MEDNARODNA VPETOST DRŽAVE

3.1 V letu 2021 je znašal BDP na prebivalca države Boblandije, ki je imela tega leta 3.326.912 prebivalcev, 10.626,70 boblandskih lir (BBL).

Izračunajte bruto domači proizvod Boblandije v letu 2021 in dopolnite odgovor.

Izračun: $10.626,70 \text{ BBL} \times 3.326.912$

Rezultat: $35.354.095.750,40 \text{ BBL}$

Za pravilen izračun in odgovor 1 točka.

3.2 Preglednica prikazuje podatke o uvozu in izvozu blaga države Boblandije za leto 2021. Izračune zaokrožite na dve decimalni mesti.

Izvoz (v milijon BBL)	18.385,90
Uvoz (v milijon BBL)	19.590,80

Izračunajte odprtost Boblandije, rezultat pojasnite in komentirajte.

Izračun: $\frac{18.385.900.000 \text{ BBL}}{35.354.095.750,40 \text{ BBL}} \times 100$ ALI $\frac{19.590.800.000 \text{ BBL}}{35.354.095.750,40 \text{ BBL}} \times 100$

Rezultat: 52,00% delež izvoza v BDP ALI 55,41% delež uvoza v BDP.

Za pravilen izračun in pravilno pojasnilo rezultata 1 točka.

Komentar rezultata: Boblandija sodi, glede na delež izvoza/uvoza v BDP, med odprte države.

Za pravilen komentar rezultata 1 točka.

Izračunajte pokritost uvoza z izvozom v Boblandiji za leto 2021 in dopolnite odgovor.

(1 točka)

Izračun: $\frac{18.385.900.000 \text{ BBL}}{19.590.800.000 \text{ BBL}} \times 100$

Rezultat: 93,85 %

Za pravilen izračun in rezultat 1 točka.

Izračunajte, koliko je znašal BDP na prebivalca Boblandije v evrih, če smo v tem letu dobili za 1 EUR v povprečju 0,67 BBL in dopolnite odgovor.

(1 točka)

Izračun: $\frac{10.626,70 \text{ BBL}}{0,67 \text{ BBL/EUR}}$

Rezultat: 15.860,75 EUR

Za pravilen izračun in rezultat 1 točka.

3.3 V tabeli so podatki o plačilni bilanci Boblandije za leto 2021.

(3 točke)

Tabela: Plačilna bilanca **Boblandije** 2021 (izsek) (v mio BBL)

Postavka v plačilni bilanci	Saldo
I. TEKOČI RAČUN	-297,3
1. <u>Trgovinska bilanca</u>	-1.204,9
1. <u>Bilanca storitev</u>	1.308,2
2. Dohodki	-506,7
3. Tekoči transferji	106,1
II. KAPITALSKI IN FINANČNI RAČUN	318,7
A Kapitalski račun	8,2
B Finančni račun	310,5
1. Neposredne naložbe	333,5
2. Naložbe v vrednostne papirje	1.947,1
3. Finančni derivati	-116,8
4. Ostale naložbe	-1.872,1
5. Mednarodne rezerve	18,8
III. NETO NAPAKE IN IZPUSTITVE	-21,4

V tabelo vpišite manjkajoče dele tekočega računa plačilne bilance Boblandije.

Za obe pravilni postavki 1 točka.

Izračunajte saldo tekočega računa, rezultat vpišite v tabelo.

Za pravilen rezultat 1 točka.

Izračunajte vrednost mednarodnih rezerv, rezultat vpišite v tabelo.

Za pravilen rezultat 1 točka.

Rešitve in točkovnik

Točke z zvezdico so postopkovne točke in jih damo tudi ob prenosu napake.

Točke brez zvezdice damo le ob popolnem ujemanju rezultatov z objavljenimi rešitvami.

1. Tabela prikazuje odstotne spremembe cen hrane, pijač in tobaka (stolpec hrana), odstotne spremembe cen življenjskih potrebščin brez hrane, pijač in tobaka (stolpec ostalo), odstotne spremembe cen vseh življenjskih potrebščin (stolpec inflacija) in delež, ki ga hrana, pijače in tobak predstavljajo med vsemi življenjskimi potrebščinami v potrošnji povprečnega potrošnika (stolpec delež) v Sloveniji v zadnjih 10 letih. Številke v drugem, tretjem in četrtem stolpcu povedo, za koliko odstotkov so bile cene posamezne kategorije življenjskih potrebščin v decembru posameznega leta višje kot v decembru prejšnjega leta.

Leto	Hrana	Ostalo	Inflacija	Delež
2012	5,8 %	1,8 %	2,7 %	21,2 %
2013	2,4 %	0,2 %	0,7 %	22,6 %
2014	0,1 %	0,2 %	0,1 %	23,2 %
2015	1,2 %	-0,9 %	-0,5 %	22,8 %
2016	1,4 %	0,3 %	0,5 %	23,2 %
2017	3,0 %	1,4 %	1,7 %	23,0 %
2018	0,5 %	1,7 %	1,4 %	23,3 %
2019	2,9 %	1,5 %	1,8 %	23,1 %
2020	1,6 %	-1,8 %	-1,1 %	21,0 %
2021	3,5 %	5,3 %	4,9 %	22,0 %

Vir: SURS

Rezultate v odstotkih zaokroži na eno decimalno mesto.

- a) Kako in za koliko odstotkov so se spremenile cene hrane, pijač in tobaka od decembra 2015 do decembra 2020? [3 točke]

Rešitev

Cene izbranih življenjskih potrebščin se vsako leto pomnožijo s faktorjem $1 + \frac{i}{100}$, kjer je i pripadajoča letna stopnja rasti ali inflacija. Od decembra 2015 do decembra 2020 so se cene hrane, pijač in tobaka pomnožile s faktorjem

$$\underbrace{1,014}_{2016} \cdot \underbrace{1,030}_{2017} \cdot \underbrace{1,005}_{2018} \cdot \underbrace{1,029}_{2019} \cdot \underbrace{1,016}_{2020} = 1,0974.$$

Od decembra 2015 do decembra 2020 so se cene hrane, pijač in tobaka zvišale za 9,7 %.

Točkovanje

Pravilno računanje s faktorji 1 točka.

Izraz za skupno rast cen 1 točka.

Odgovor 1 točka.

- b) Od decembra 2016 do decembra 2020 so se cene življenjskih potrebščin brez hrane, pijač in tobaka zvišale za 2,8 %. Kako in za koliko odstotkov so se te cene spremenile v letu 2020? [3 točke]

Rešitev

Od decembra 2016 do decembra 2020 so se cene pomnožile s faktorjem

$$1,014 \cdot 0,017 \cdot 1,015 \cdot x = 1,028.$$

Dobimo $x = 0,982$ in $i = 100(x - 1) = -1,8 \%$.

V letu 2020 cene življenjskih potrebščin brez hrane, pijač in tobaka znižale za 1,8 %.

Točkovanje

Enačba, iz katere je mogoče izračunati neznani faktor, 1 točka.

Faktor za leto 2020; 1 točka.

Odgovor 1 točka.

- c) Kolikšna je bila povprečna letna inflacija v letih od 2012 do 2016 (obe leti vključeni)? To je konstantna letna inflacija, ki bi v enakem obdobju povzročila enako spremembo cen. [3 točke]

Rešitev

Od decembra 2011 do decembra 2016 so se cene pomnožile s faktorjem

$$1,027 \cdot 1,007 \cdot 1,001 \cdot 0,995 \cdot 1,005 = 1,0352.$$

Enako rast dosežemo, če cene vsako leto pomnožimo s faktorjem $\sqrt[5]{1,0352} = 1,0069$.

Povprečna letna inflacija v letih od 2012 do 2016 je bila 0,7 %.

Točkovanje

Skupna inflacija 1 točka.

Uporaba korena 1 točka.

Odgovor 1 točka.

- d) Koliko je znašala inflacija v letu 2019? [2 točki]

Rešitev

Inflacija v letu 2019 je uteženo povprečje rasti cen hrane, pijač in tobaka ter ostalih življenjskih potrebščin v tem letu:

$$23,1 \% \cdot 2,9 \% + 76,9 \% \cdot 1,5 \% = 1,82 \%$$

V letu 2019 je inflacija znašala 1,8 %.

Točkovanje

Uporaba uteženega povprečja, 1 točka.

Odgovor 1 točka.

- e) Kako in za koliko odstotkov so se cene hrane, pijač in tobaka spremenile v letu 2013? [2 točki]

Rešitev

Podobno kot v točki d) nastavimo enačbo

$$22,6\% \cdot x + 77,4\% \cdot 0,2\% = 0,7\%.$$

Dobimo $x = 2,41\%$. V letu 2013 so se cene hrane, pijač in tobaka zvišale za 2,4%.

Točkovanje

Enačba, iz katere je mogoče izračunati neznano stopnjo ali faktor rasti cen, 1 točka.

Odgovor 1 točka.

- f) V decembru katerega leta so bile cene vseh življenjskih potrebščin prvič za več kot za 5 % višje kot decembra 2016? [3 točke]

Rešitev

Ker je

$$1,017 \cdot 1,014 = 1,0312 < 1,05,$$

$$1,017 \cdot 1,014 \cdot 1,018 = 1,0498 < 1,05,$$

$$1,017 \cdot 1,014 \cdot 1,018 \cdot 0,989 = 1,0383 < 1,05$$

in

$$1,017 \cdot 1,014 \cdot 1,018 \cdot 0,989 \cdot 1,049 = 1,0891 > 1,05,$$

so bile cene vseh življenjskih potrebščin prvič za več kot za 5 % višje kot decembra 2016 v decembru 2021.

Točkovanje

Skupni faktor rasti cen za dve potrebni obdobji 1* točka.

Skupni faktor rasti cen za tretje potrebno obdobje 1* točka.

Odgovor 1 točka.

- g) Družina Zapečkar je ugotovila, da je v decembru 2021 kupila natanko enake dobrine (to so izdelki in storitve) kot v decembru 2020, a je za njih v letu 2021 potrošila za 4,8 % več denarja kot leto prej. Kolikšen delež potrošenega denarja je družina namenila hrani, pijači in tobaku v decembru 2020 in kolikšen delež v decembru 2021? Privzemi, da so cene vseh dobrin rasle v skladu objavljenimi stopnjami rasti. [4 točke]

Rešitev

Naj bo x znesek, ki ga je družina namenila hrani, pijači in tobaku, ter y znesek, ki ga je namenila ostalim dobrinam v decembru 2020.

Zaradi rasti cen je v decembru 2021 za hrano, pijače in tobak namenila $1,035x$, za ostale dobrine pa $1,053y$.

Velja

$$1,035x + 1,053y = 1,048(x + y).$$

Iz enačbe dobimo razmerje $y = \frac{13}{5}x$.

Delež denarja, ki ga je družina v decembru 2020 porabila za hrano, pijače in tobak, je

$$\frac{x}{x+y} = \frac{x}{x + \frac{13}{5}x} = \frac{1}{1 + \frac{13}{5}} = \frac{5}{18} = 27,8\%.$$

Delež denarja, ki ga je družina v decembru 2021 porabila za hrano, pijače in tobak, je

$$\frac{1,035x}{1,035x + 1,053y} = \frac{1,035}{1,035 + 1,053 \cdot \frac{13}{5}} = 27,4\%.$$

Družina je za hrano, pijačo in tobak v decembru 2020 porabila 27,8 % porabljenega denarja, v decembru 2021 pa 27,4 % porabljenega denarja.

Komentar: Ker je

$$\frac{5}{18} \cdot 3,5\% + \frac{13}{18} \cdot 5,3\% = 4,8\%,$$

opazimo, da v uteženem povprečju za določanje skupne inflacije uporabljamo uteži, ki ustrezajo potrošnji v preteklem letu.

V metodoloških pojasnilih SURS lahko preberemo, da so deleži, ki so zapisani v tabeli s podatki, zares ocene potrošnje ob koncu preteklega leta.

Točkovanje

Enačba, iz katere je mogoče izračunati razmerje med hrano in ostalim, 1 točka.

Razmerje med hrano in ostalim 1 točka.

Delež za hrano v letu 2020; 1 točka.

Delež za hrano v letu 2021; 1 točka.

Upoštevamo tudi drugačne pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

2. Simon bi si rad kupil novo gorsko kolo, ki stane 3500 €. Trenutno nima privarčevanih sredstev, zato bo zanj varčeval. Kolo bi rad imel čez eno leto, dohodkov pa nima prav visokih. Z banko sklene finančno shemo, ki vključuje obročno varčevanje in kredit. Dve leti bo banki plačeval enake zneske, prvi obrok danes, zadnjega pa čez dve leti. Banka bo prodajalcu koles čez natanko eno leto nakazala 3500 € za kolo. Banka uporablja konformno mesečno obrestovanje.

Rezultate v evrih zaokroži na dve decimalni mesti.

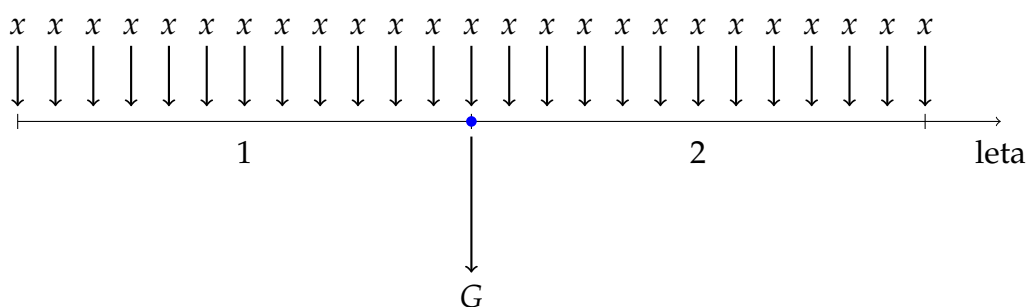
a) Kolikšen obrok mora Simon vsak mesec plačati, če banka ves čas uporablja enotno letno obrestno mero 3 %? [10 točk]

Rešitev

Denarni tokovi v finančni shemi:

- Simon dve leti vplačuje enake zneske x , skupaj 25 vplačil.
- Banka čez eno leto izplača $G = 3500$ €

Denarne tokove prikazuje spodnja shema.



Letna obrestna mera je $p\% = 3\%$.

Mesečni obrestni faktor je $r = \sqrt[12]{1 + \frac{p}{100}} = \sqrt[12]{1,03}$.

Redukcijski termin postavimo na trenutek nakupa kolesa, to je čez eno leto.

Po načelu ekvivalence glavnice dobimo:

$$G = xr^{12} + xr^{11} + \dots + xr + x + xr^{-1} + \dots + xr^{-11} + xr^{-12}$$

$$G = xr^{-12}(r^{24} + r^{23} + \dots + r + 1)$$

$$G = xr^{-12} \cdot \frac{r^{25} - 1}{r - 1}$$

Izrazimo iskani znesek:

$$x = \frac{Gr^{12}(r - 1)}{r^{25} - 1}$$

$$x = \frac{3500 \cdot 1,03 \cdot (\sqrt[12]{1,03} - 1)}{\sqrt[12]{1,03}^{25} - 1} = 139,98 \text{ €}$$

Simon mora vplačevati po 139,98 € mesečno.

Točkovanje

Shema denarnih tokov oziroma razumevanje naloge 3 točke.

Mesečni obrestni faktor 1 točka.

Enačba na osnovi načela ekvivalence glavnice 3 točke.

Vsota geometrijske vrste 1* točka.

Rezultat 2 točki.

Upoštevamo tudi drugačne pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

- b) Kolikšen obrok mora Simon vsak mesec plačati, če banka uporablja za varčevanje letno obrestno mero 2,5 %, za kredit pa 4 %? [10 točk]

Rešitev

Skica denarnih tokov je enaka kot v prejšnjem primeru.

Mesečni obrestni faktor za varčevanje (prvo leto) je $r_1 = \sqrt[12]{1,025}$.

Mesečni obrestni faktor za kredit (drugo leto) je $r_2 = \sqrt[12]{1,04}$.

Po načelu ekvivalence glavnice dobimo:

$$\begin{aligned}G &= xr_1^{12} + xr_1^{11} + \dots + xr_1 + x + xr_2^{-1} + \dots + xr_2^{-11} + xr_2^{-12} \\G &= x(r_1^{12} + r_1^{11} + \dots + r_1 + 1) + xr_2^{-12}(r_2^{11} + r_2^{10} + \dots + r_2 + 1) \\G &= x \cdot \frac{r_1^{13} - 1}{r_1 - 1} + xr_2^{-12} \cdot \frac{r_2^{12} - 1}{r_2 - 1} \\G &= x \left(\frac{r_1^{13} - 1}{r_1 - 1} + r_2^{-12} \cdot \frac{r_2^{12} - 1}{r_2 - 1} \right)\end{aligned}$$

Izrazimo iskani znesek:

$$x = \frac{G}{\frac{r_1^{13} - 1}{r_1 - 1} + \frac{r_2^{12} - 1}{r_2^{-12}(r_2 - 1)}} = \frac{3500}{\frac{\sqrt[12]{1,025}^{13} - 1}{\sqrt[12]{1,025} - 1} + \frac{1,04 - 1}{1,04 \cdot (\sqrt[12]{1,04} - 1)}} = 140,50 \text{ €}$$

Simon mora vplačevati po 140,50 € mesečno.

Točkovanje

Mesečna obrestna faktorja 2 točki.

Enačba na osnovi načela ekvivalence glavnice 4 točke.

Vsoti geometrijskih vrst 2* točki.

Rezultat 2 točki.

Upoštevamo tudi drugačne pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

3. Dane so trenutne efektivne obrestne mere za različna dospetja. Čas t merimo v letih.

t	1	2	3
$R(0, t)$	3,80 %	5,50 %	6,60 %

Na trgu sta na voljo obveznici dveh netveganih izdajateljev. Obveznici imata nominalni vrednosti 100 € in dospetji čez tri leta. Prva obveznica je brezkuponska, druga pa kuponska z letnimi kuponi v višini 4 €, prvi bo izplačan čez natanko eno leto.

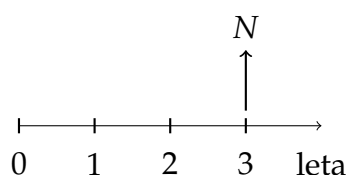
Rezultate v evrih ali odstotkih zaokroži na dve decimalni mesti.

a) Določi trenutni ceni obveznic.

[6 točk]

Rešitev

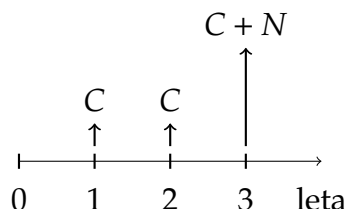
Brezkuponska obveznica izplača nominalno vrednost $N = 100$ € čez tri leta.



Njeno ceno določimo s formulo za vrednotenje obveznic

$$P_1 = N \cdot D(0, 3) = \frac{N}{(1 + R(0, 3))^3} = \frac{100}{1,066^3} = 82,55 \text{ €}.$$

Kuponska obveznica izplača kupon $C = 4$ € čez eno in dve leti, nato pa še kupon C skupaj z nominalno vrednostjo N čez tri leta.



Njeno ceno določimo s formulo za vrednotenje obveznic

$$P_2 = C \cdot D(0, 1) + C \cdot D(0, 2) + (C + N) \cdot D(0, 3)$$

$$P_2 = \frac{C}{1 + R(0, 1)} + \frac{C}{(1 + R(0, 2))^2} + \frac{C + N}{(1 + R(0, 3))^3}$$

$$P_2 = \frac{4}{1,038} + \frac{4}{1,055^2} + \frac{104}{1,066^3}$$

$$P_2 = 93,30 \text{ €}$$

Točkovanje

Shema denarnih tokov in njihove vrednosti (oz. razumevanje obveznic) 1 točka.

Formula za vrednotenje obveznic, usklajena z besedilom naloge, 1+1 točka.

Pravilno računanje diskontnih faktorjev 1 točka.

Ceni obveznic 1+1 točka

- b) Manjši investitor je preko upravljalca premoženja kupil 13 brezkuponskih in 12 kuponskih obveznic. Koliko je plačal za svoj portfelj? Kolikšen delež investicije je shranjen v brezkuponskih in kolikšen v kuponskih obveznicah? [3 točke]

Rešitev

Za portfelj je plačal

$$13 \cdot P_1 + 12 \cdot P_2 = 13 \cdot 82,55 + 12 \cdot 93,30 = 2192,75 \text{ €}.$$

V brezkuponskih obveznicah je shranjenih

$$\frac{13 \cdot 82,55}{2192,75} = 48,94 \%$$

vrednosti portfelja, v kuponskih obveznicah pa

$$\frac{12 \cdot 93,30}{2192,75} = 51,06 \%$$

vrednosti portfelja.

Točkovanje

Vrednost portfelja 1 točka.

Deleža 1*+1 točka.

- c) Leto po nakupu, takoj *po* izplačilu kuponov, investitor od upravljalca premoženja dobi informacijo, da je natanko polovica njegove (preostale) investicije shranjena v brezkuponskih obveznicah. Določi obrestni meri $R(1,2)$ in $R(1,3)$, če veš, da se razlikujeta za dve odstotni točki in je časovna struktura obrestne mere naraščajoča. [7 točk]

Rešitev

Označimo iskani obrestni meri $R(1,2) = x$ in $R(1,3) = x + 0,02$.

Cena brezkuponske obveznice je

$$P'_1 = N \cdot D(1,3) = \frac{N}{(1 + R(1,3))^2} = \frac{100}{(1,02 + x)^2}.$$

Cena kuponske obveznice je

$$P'_2 = C \cdot D(1,2) + (C + N) \cdot D(1,3)$$

$$P'_2 = \frac{C}{1 + R(1,2)} + \frac{C + N}{(1 + R(1,3))^2}$$

$$P'_2 = \frac{4}{1 + x} + \frac{104}{(1,02 + x)^2}$$

Ker ima investitor eno polovico preostale vrednosti portfelja shranjene v 13 brezkuponskih obveznicah in eno polovico v 12 kuponskih obveznicah, mora veljati

$$13P'_1 = 12P'_2.$$

Vstavimo izraze in dobimo enačbo

$$13 \cdot \frac{100}{(1,02 + x)^2} = 12 \cdot \left(\frac{4}{1 + x} + \frac{104}{(1,02 + x)^2} \right)$$

$$\frac{1300}{(1,02 + x)^2} = \frac{48}{1 + x} + \frac{1248}{(1,02 + x)^2}$$

Pomnožimo obe strani z $(1+x)(1,02+x)^2$ in dobimo

$$1300(1+x) = 48(1,02+x)^2 + 1248(1+x)$$

Poenostavimo kvadratno enačbo v

$$48x^2 + 45,92x - 2,0608 = 0.$$

Njena diskriminanta je $D = 2504,32$, rešitvi pa

$$x_{1,2} = \frac{-45,92 \pm \sqrt{2504,32}}{96}.$$

Rešitev $x_1 = -0,9996$ je nesmiselna.

Rešitev $x_2 = 0,0429$ nam da obrestno mero $R(1, 2) = 4,29\%$.

Izračunamo še $R(1, 3) = 6,29\%$.

Točkovanje

Predpisa za novi ceni obveznic 1+1 točka.

Enačba, iz katere je mogoče izraziti x , 2 točki.

Preoblikovanje v kvadratno enačbo 1 točka.

Obrestni meri 1+1 točka.

- d) Kolikšno donosnost je v prvem letu po investiciji ustvaril investitor? [4 točke]

Rešitev

Cena brezkuponske obveznice je

$$P'_1 = \frac{100}{1,0629^2} = 88,51 \text{ €}.$$

Cena kuponske obveznice je

$$P'_2 = \frac{4}{1,0429} + \frac{104}{1,0629^2} = 95,89 \text{ €}.$$

Investitorjev portfelj je vreden $13P'_1 + 12P'_2 = 2301,31 \text{ €}$.

Pravkar je prejel tudi za $12C = 48 \text{ €}$ kuponov.

Za portfelj je ob nakupu plačal $2192,75 \text{ €}$.

Donosnost znaša

$$\frac{(2301,31 + 48) - 2192,75}{2192,75} = 7,14\%.$$

Točkovanje

Ceni obveznic 2 točki.

Donosnost z upoštevanjem prejetih kuponov 2 točki.

Upoštevamo tudi drugačne pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

4. Podjetje G je delniška družba, ki je danes, 1. aprila, izplačala dividendo v višini 2,5 € na delnico. Dodatnih izplačil dividend letos ne bo. Privzemi, da je (bila) letna efektivna obrestna mera za vsa dospetja v vseh časih enaka 1,2 %.

Rezultate v evrih zaokroži na dve decimalni mesti.

- a) Finančno podjetje je 1. januarja letos izdalo terminski posel na delnico podjetja G z ročnostjo 1. julija letos in izročitveno ceno 53 € ter evropsko nakupno opcijo na delnico podjetja G z zapadlostjo prav tako 1. julija letos in izvršilno ceno 53 €. Kaj lahko poveš o ceni delnice podjetja G in o premiji evropske nakupne opcije na dan 1. januarja? Za premijo zapiši interval vrednosti, ki niso omogočale arbitraže. [6 točk]

Rešitev

Naj bo $K = 53$ € izročitvena oziroma izvršilna cena in $R = 0,012$ obrestna mera.

Čas t merjen v letih predstavimo z intervalom $[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}]$, kjer $t = 0$ predstavlja današnji dan.

S_t označimo vrednost delnice v času t in c_t premijo evropske nakupne opcije v času t .

Vrednost terminskega posla ob izdaji je enaka 0.

Diskontirana vrednost danes izplačane dividende v višini $d = 2,5$ € je 1. januarja znašala

$$I(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}) = d \cdot D(-\frac{1}{4}, 0) = d \cdot (1 + R)^{-1/4} = 2,5 \cdot 1,012^{-1/4} = 2,49 \text{ €}.$$

Iz predpisa za izročitveno ceno ob izdaji posla

$$K = (S_{-1/4} - I(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})) \cdot (1 + R)^{1/2}$$

izpeljemo, da je 1. januarja veljalo

$$S_{-1/4} = K \cdot (1 + R)^{-1/2} + I(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}) = 53 \cdot 1,012^{-1/2} + 2,49 = 52,68 + 2,49 = 55,17 \text{ €}.$$

1. januarja je bila cena delnice podjetja G enaka 55,17 €.

Za premijo evropske nakupne opcije sta veljali oceni

$$\max \left\{ S_{-1/4} - K \cdot (1 + R)^{-1/2} - I(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}), 0 \right\} \leq c_{-1/4} \leq S_{-1/4} - I(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}).$$

Vstavimo vrednosti in dobimo

$$0 \leq c_{-1/4} \leq 52,68.$$

Premija za evropsko nakupno opcijo je ležala na intervalu $[0; 52,68]$.

Točkovanje

Zveza med ceno delnice in izročitveno ceno terminskega posla ob izdaji, 1 točka.

Diskontirana vrednost dividende 1 točka.

Cena delnice 1+1 točka.*

Spodnja meja za premijo nakupne opcije 1 točka.

Zgornja meja za premijo nakupne opcije 1 točka.

- b) Takoj po izplačilu dividende se je cena za terminski posel iz a) ustalila pri 1,53 €, premija nakupne opcije iz a) pa pri 2,14 €. Finančno podjetje razmišlja o izdaji evropske prodajne opcije na delnico podjetja G z zapadlostjo čez 3 mesece in izvršilno ceno 53 €. Kolikšna mora biti premija za to prodajno opcijo, da na trgu ne bo arbitraže? [6 točk]

Rešitev

Ker je bila dividenda že izplačana, v naslednjih treh mesecih ni več izplačil dividend. Vrednost termenskega posla v času $t = 0$ je

$$V_0 = S_0 - K(1 + R)^{-1/4}.$$

Premiji evropske nakupne in evropske prodajne opcija povezuje pariteta

$$p_0 + S_0 = c_0 + K(1 + R)^{-1/4}.$$

Z uporabo vrednosti termenskega posla slednjo lahko prepisemo v obliko

$$\begin{aligned} S_0 - K(1 + R)^{-1/4} &= c_0 - p_0 \\ V_0 &= c_0 - p_0 \end{aligned}$$

Od tod izrazimo

$$p_0 = c_0 - V_0.$$

V našem primeru dobimo

$$p_0 = 2,14 - 1,53 = 0,61 \text{ €}.$$

Da na trgu ne bo arbitraže, mora biti premija evropske prodajne opcije enaka 0,61 €.

Točkovanje

Formula za vrednost termenskega posla brez dividend 1 točka.

Pariteta brez dividend 1 točka.

Ugotovitev, da lahko obe formuli povežemo, 1 točka.

Izraz za vrednost prodajne opcije 1 točka.

Premija evropske prodajne opcije 2 točki.

Za pravilen odgovor brez utemeljitve damo največ 2 točki.

Upoštevamo tudi drugačne pristope, ki vodijo k pravilni rešitvi.

- c) Finančno podjetje danes izda tudi evropsko prodajno opcijo iz točke b) in zanjo določi premijo 0,91 €. Pokaži, da na trgu obstaja arbitražna priložnost. Poišči arbitražno strategijo samo z uporabo termenskega posla in obeh opcij. [8 točk]

Rešitev

Določena premija je višja od premije, ki smo jo določili v nalogi b), zato je možna arbitraža. V nalogi b) smo videli, da mora veljati

$$V_0 - c_0 + p_0 = 0.$$

Ker velja

$$V_0 - c_0 + p_0 = 1,53 - 2,14 + 0,91 = 0,30 > 0,$$

lahko sestavimo naslednjo arbitražno strategijo:

Danes (1. aprila, čas $t = 0$):

- Kratko prodamo terminski posel za nakup delnice podjetja G,
- kratko prodamo (izdamo) evropsko prodajno opcijo na to delnico,
- kupimo evropsko nakupno opcijo na to delnico.

Neto denarni tok je enak 0,30 €.

Čez 3 mesece (1. julija, čas $t = \frac{1}{4}$):

- Zapremo kratko prodajo termenskega posla za nakup delnice podjetja G,
- izplačamo evropsko prodajno opcijo na to delnico, če je to potrebno,
- izvršimo evropsko nakupno opcijo na to delnico, če se to splača.

Neto denarni tok bo enak

$$U_{1/4} = (K - S_{1/4}) - \max\{K - S_{1/4}, 0\} + \max\{S_{1/4} - K, 0\} = 0.$$

Tako imamo na trgu arbitražno priložnost.

Točkovanje

Ugotovitev, da je določena premija previsoka in je zato mogoča arbitraža, 1 točka.*

Opis strategije v času $t = 0$; 3 točke.*

Nenegativen denarni tok v času $t = 0$; 1 točka.

Opis strategije v času $t = \frac{1}{4}$; 2 točki.*

Nenegativen denarni tok v času $t = \frac{1}{4}$; 1 točka.

Za arbitražo brez termenskega posla damo največ 4 točke.